Движение небесных тел под действием сил тяготения

Строение Солнечной системы

Сегодня на уроке

1

Вспомним формулировку закона всемирного тяготения.

2

Узнаем, почему движение планет происходит не в точности по законам Кеплера.

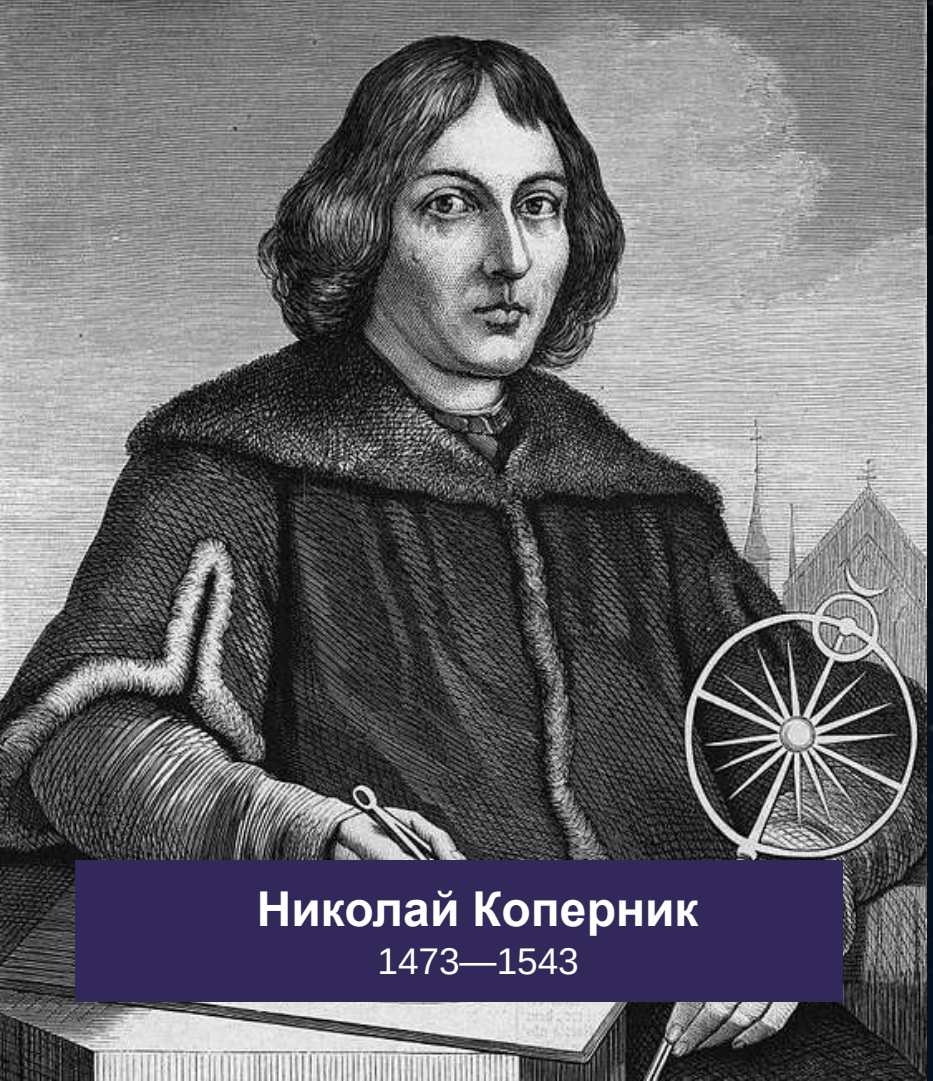
3

Поговорим о приливах и их влиянии на космические тела.

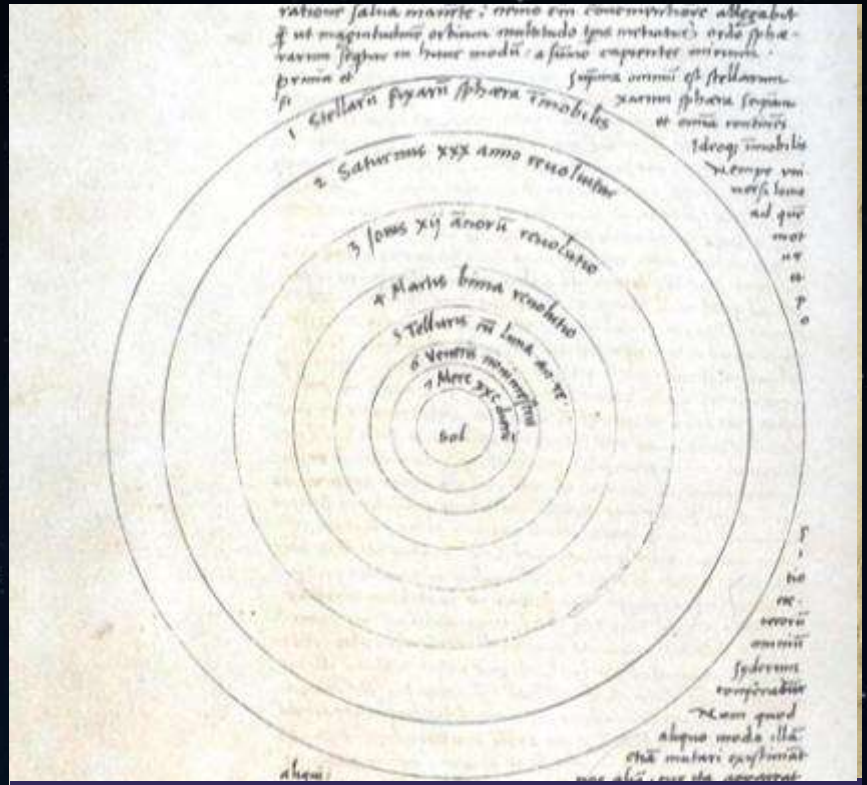
4

Научимся определять массы небесных тел.

VIDEOUROKI.NET

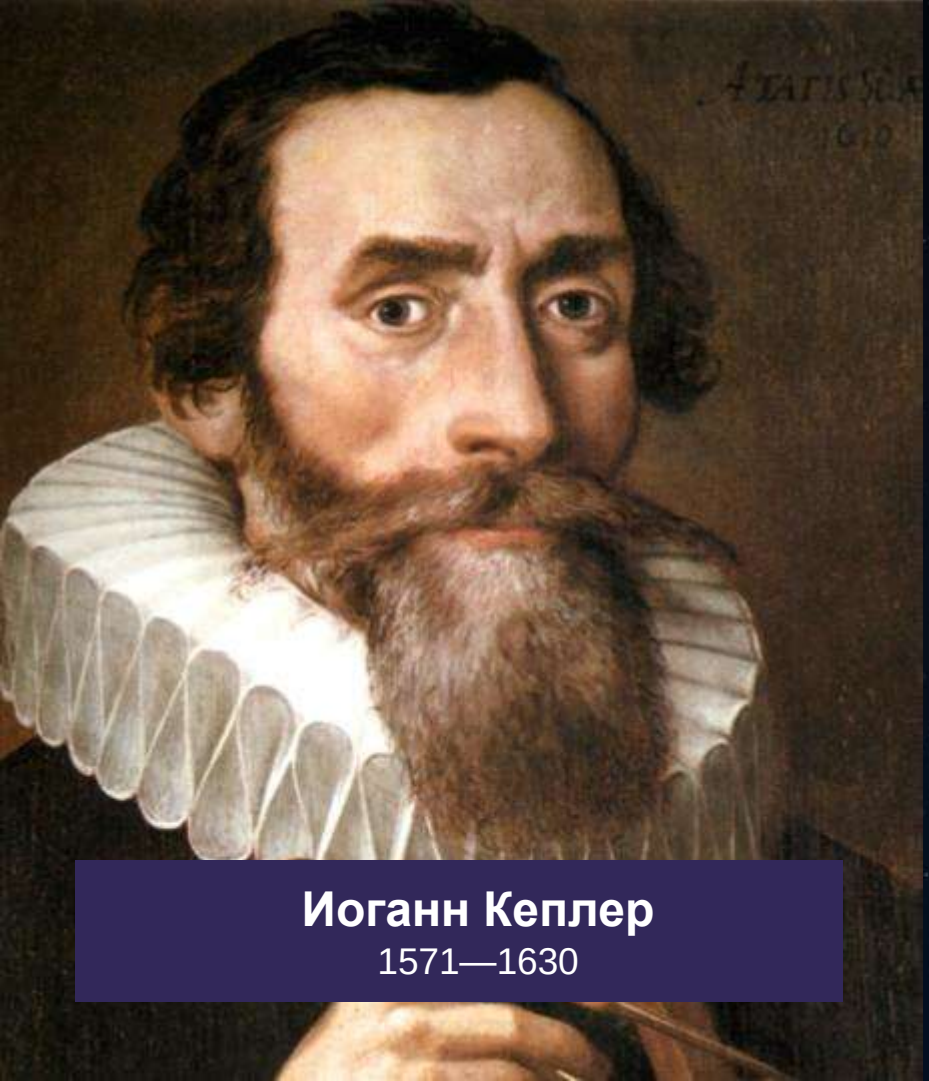


Николай Коперник
1473—1543



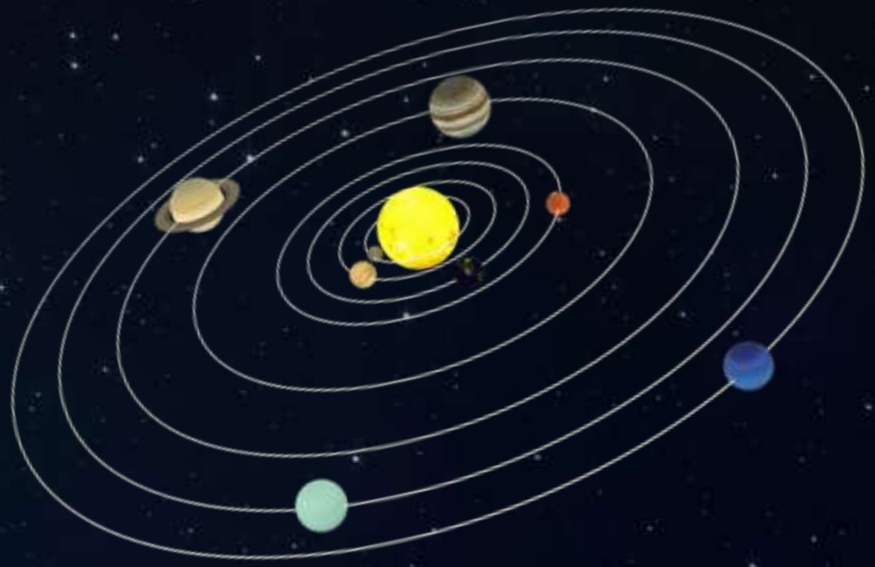
Небесные сферы в рукописи Коперника

VIDEOUROKI.NET



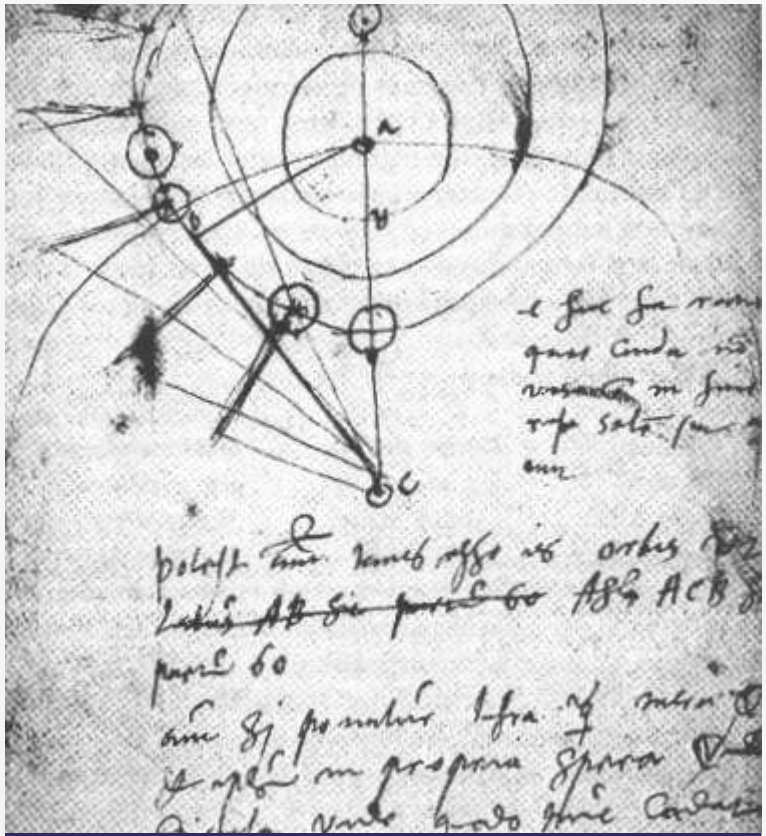
Иоганн Кеплер
1571—1630

В мире правит число!



VIDEOUROKI.NET

Тихо Браге
1546—1601



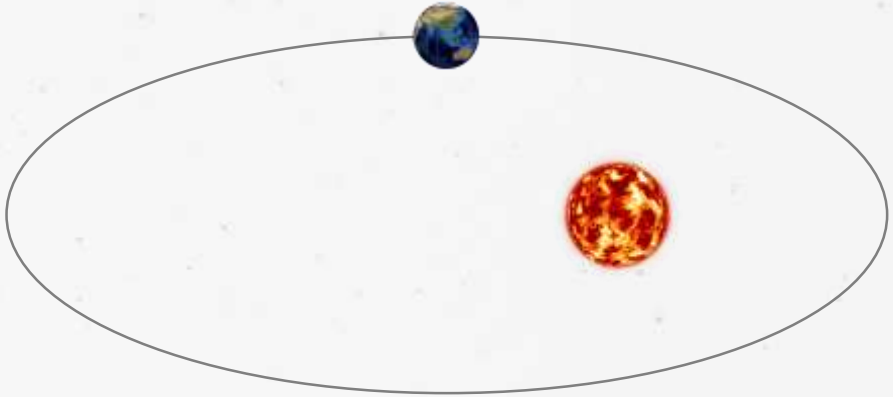
Зарисовки из блокнота Браге

VIDEOUROKI.NET

Первый закон Кеплера (1605 г.)

Все планеты обращаются по эллипсам, в одном из фокусов которых находится Солнце.

И. Кеплер

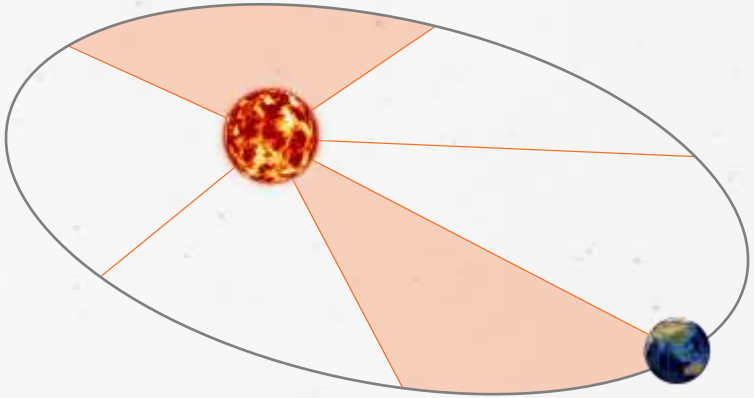


VIDEOUROKI.net

Второй закон Кеплера (1602 г.)

Радиус-вектор планеты за равные промежутки времени описывает равновеликие площади.

И. Кеплер



VIDEOUROKI.NET

Третий закон Кеплера (1618 г.)

Квадраты сидерических периодов обращения двух планет относятся как кубы больших полуосей их орбит.

И. Кеплер

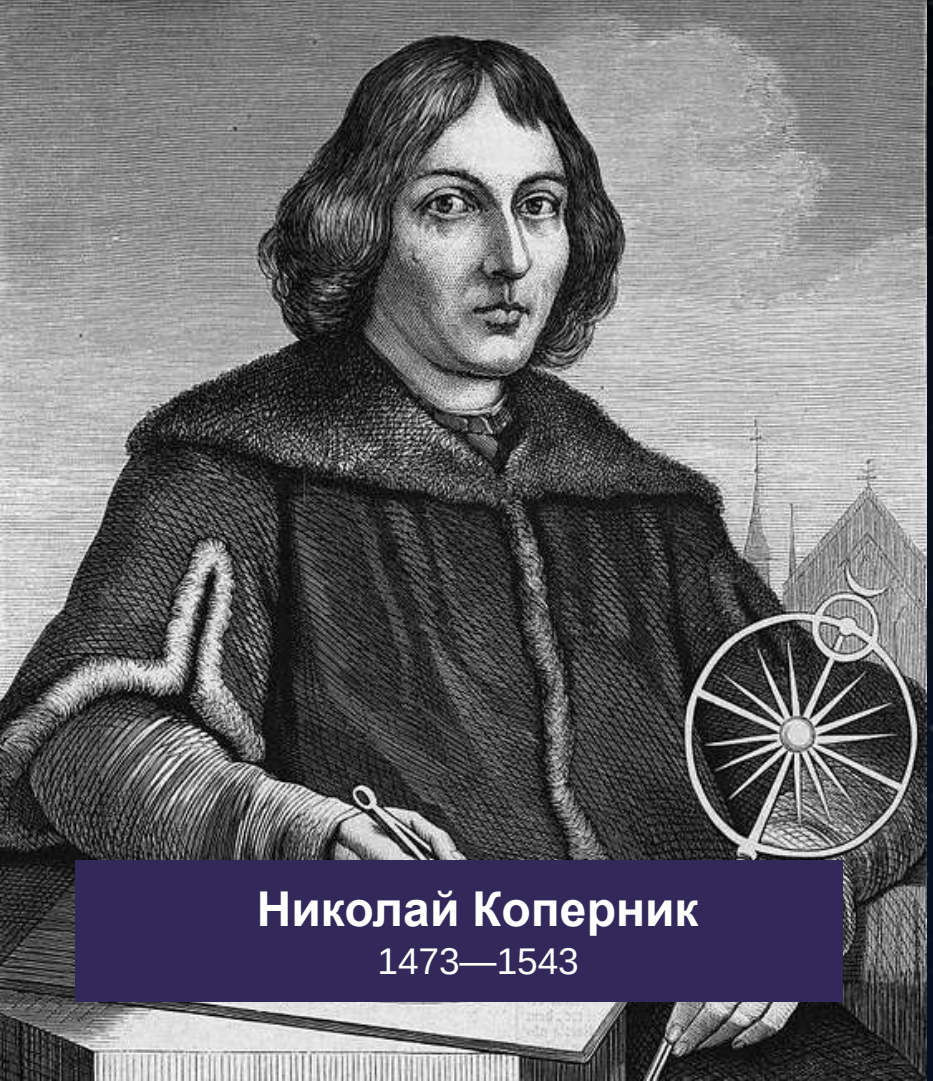
$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$$

VIDEOUROKI.NET

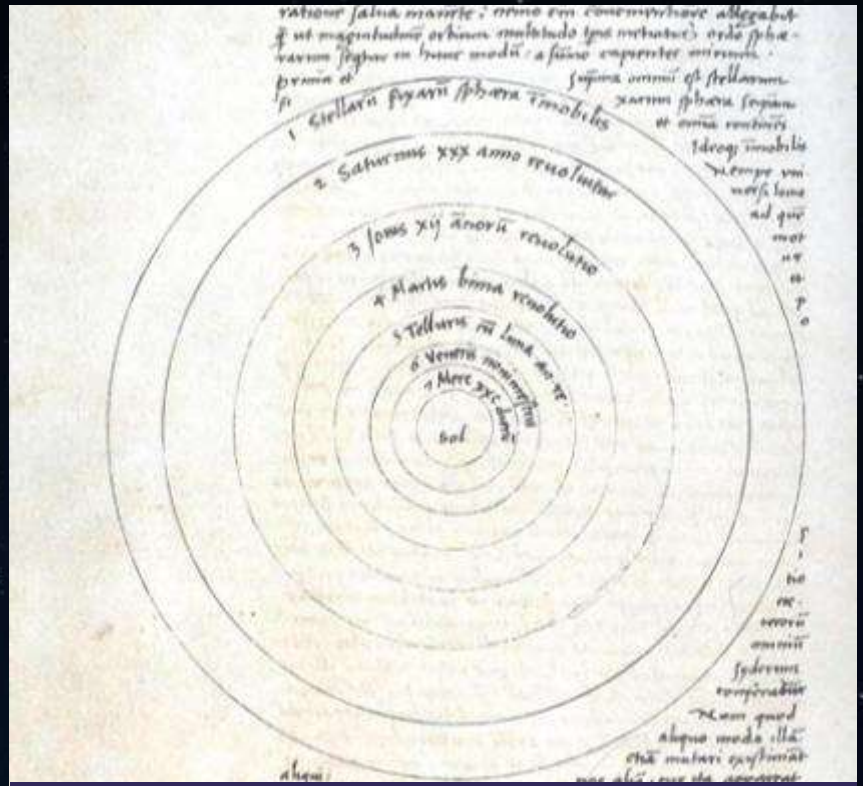
VIDEOUROKI.

VIDEOUROKI.NET

VIDEOUROKI.NET



Николай Коперник
1473—1543



Небесные сферы в рукописи Коперника

Таким образом, Земля — рядовая планета нашей Солнечной системы.
Тогда, возможно, сила тяжести присуща не только Земле, но и другим небесным телам?

VIDEOUROKI.NET

Первый закон Кеплера (1605):
все планеты движутся по эллиптическим орбитам, в одном из фокусов которых находится Солнце.

Второй закон Кеплера (1602):
радиус-вектор планеты описывает в равные промежутки времени равновеликие площади.

Третий закон Кеплера (1618):
квадраты периодов обращения планет относятся как кубы больших полуосей их орбит:

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}.$$

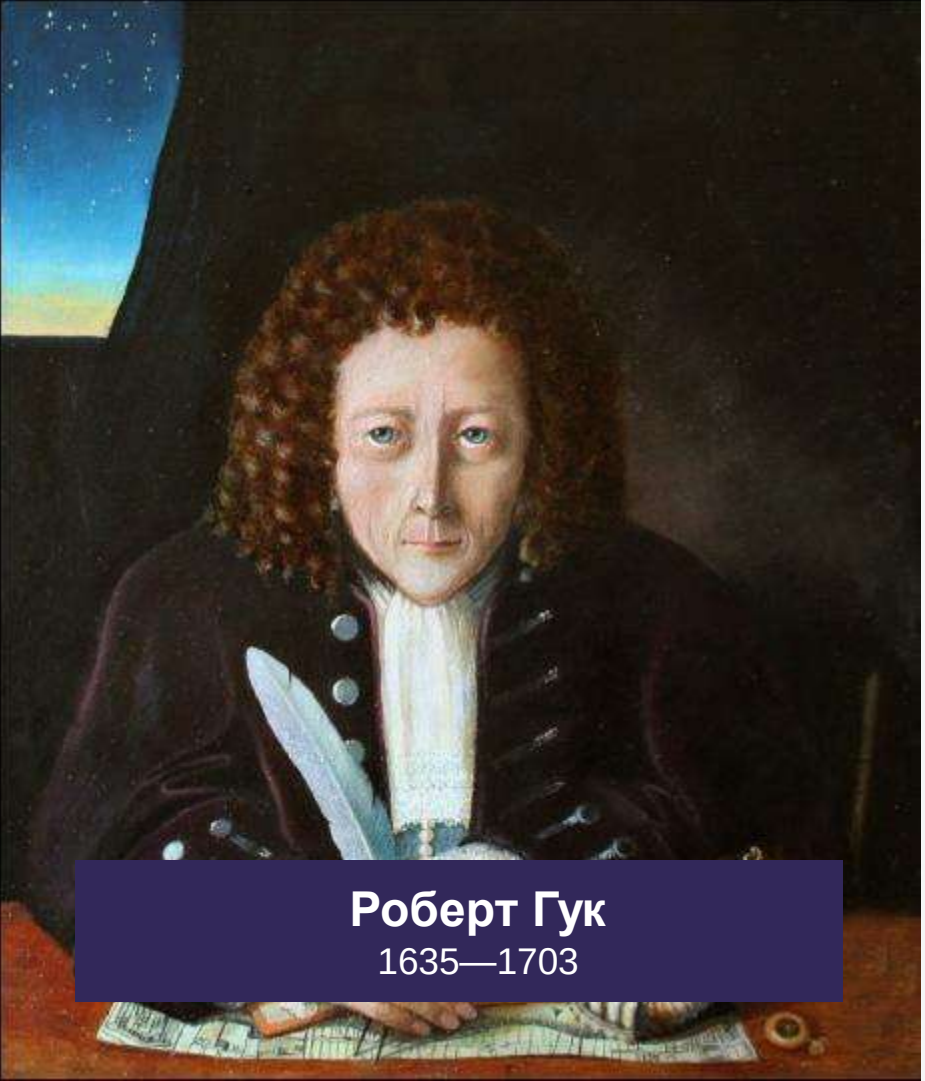
VIDEOUROKI.NET

Закон инерции

Скорость движения тела остаётся постоянной, если на него не действуют другие тела или их действия компенсируются.

Г. Галилей

VIDEOUROKI.NET

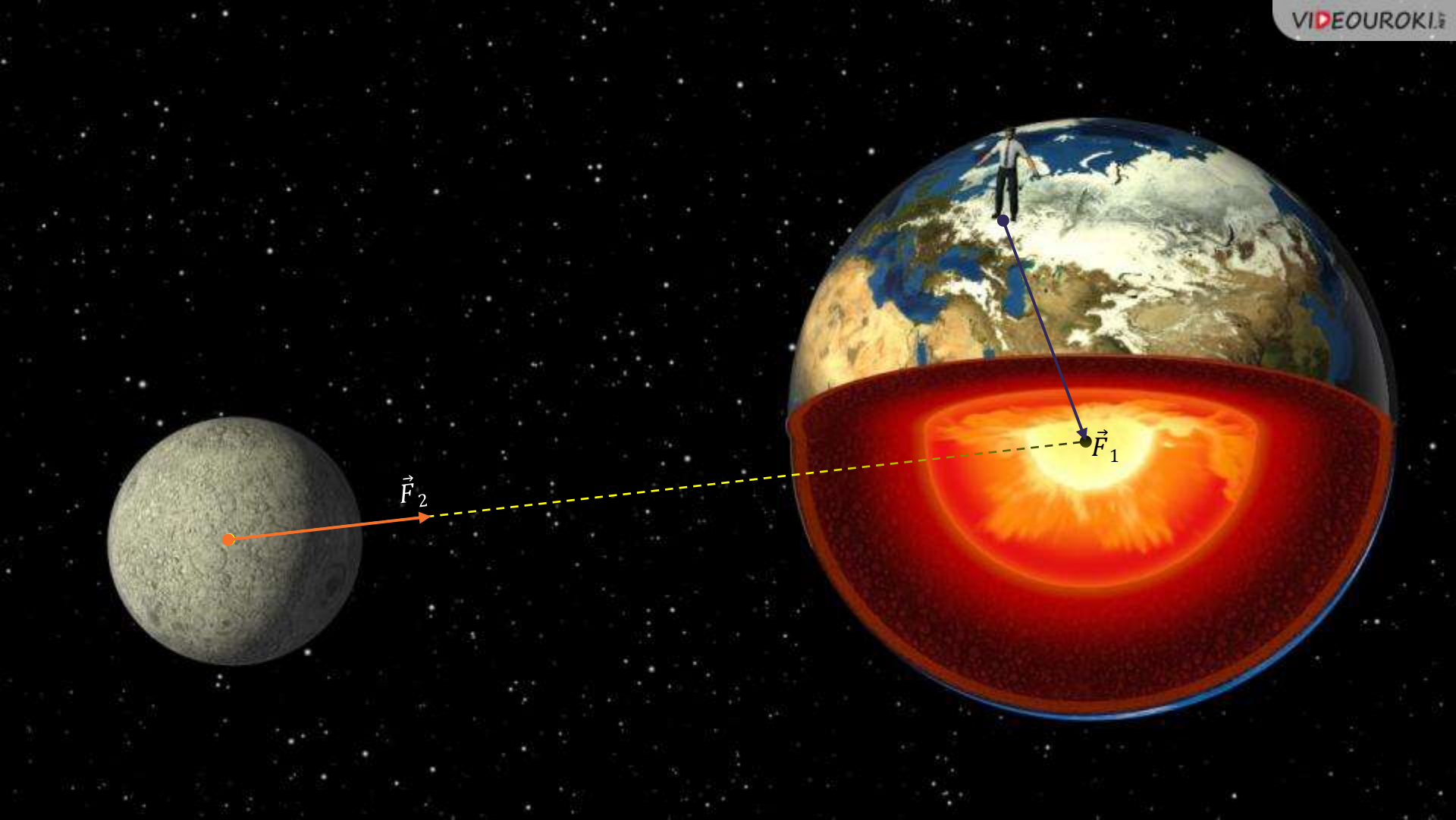


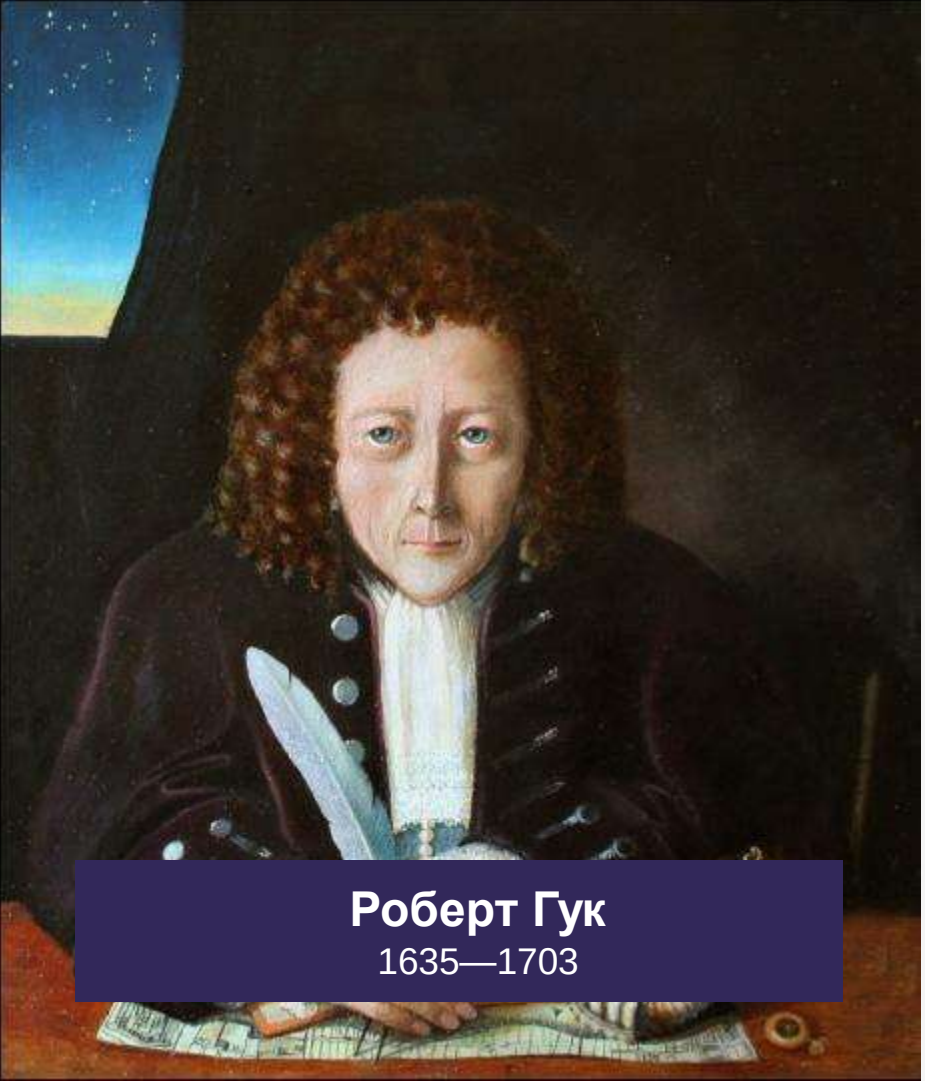
Роберт Гук
1635—1703

Задача. Построение траектории планеты благодаря суперпозиции её падения на Солнце по закону обратных квадратов и движения по инерции.

РЕШЕНИЕ

Предположим, что:


$\vec{F}_2$
$\vec{F}_1$



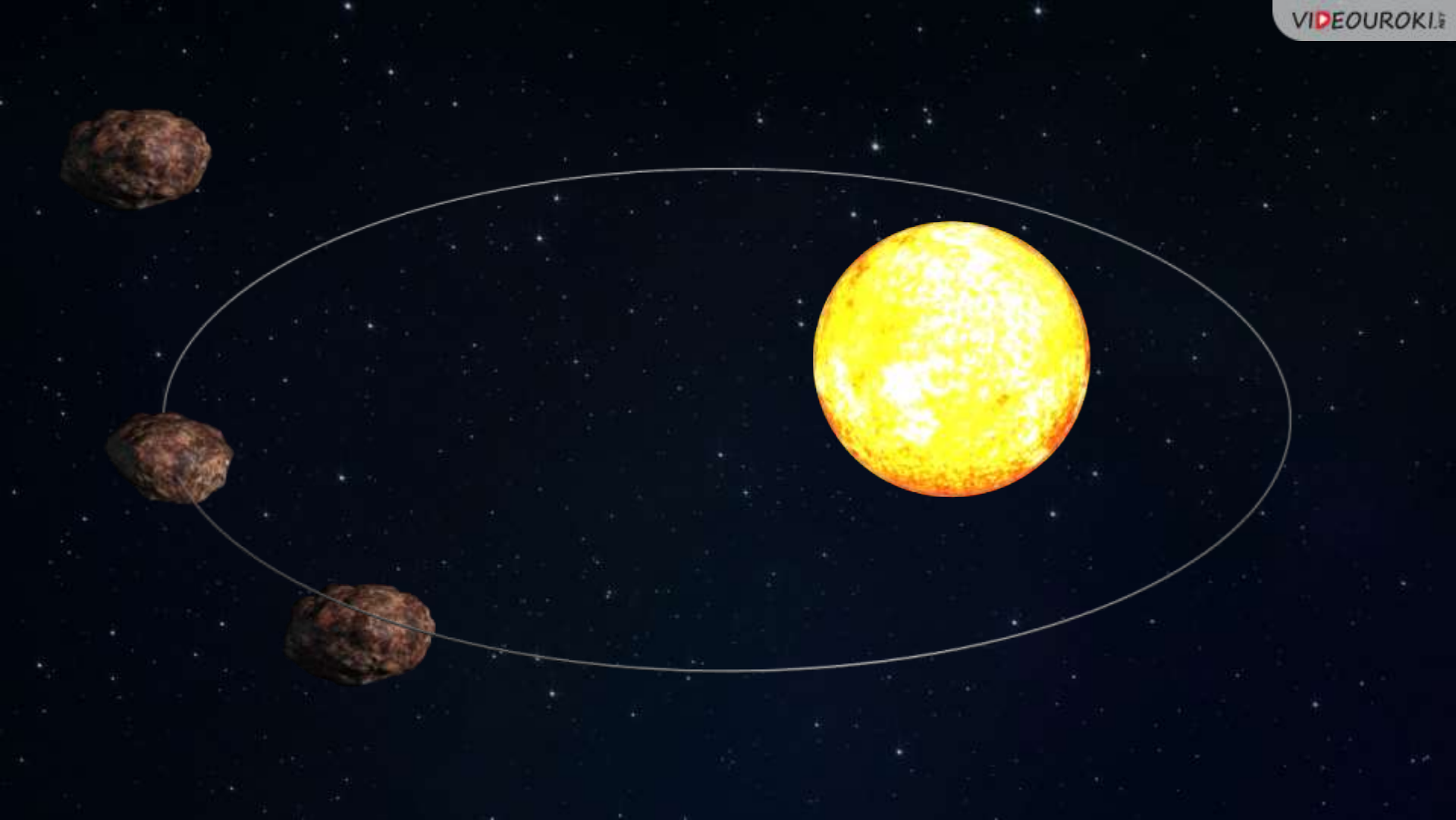
Роберт Гук
1635—1703

Задача. Построение траектории планеты благодаря суперпозиции её падения на Солнце по закону обратных квадратов и движения по инерции.

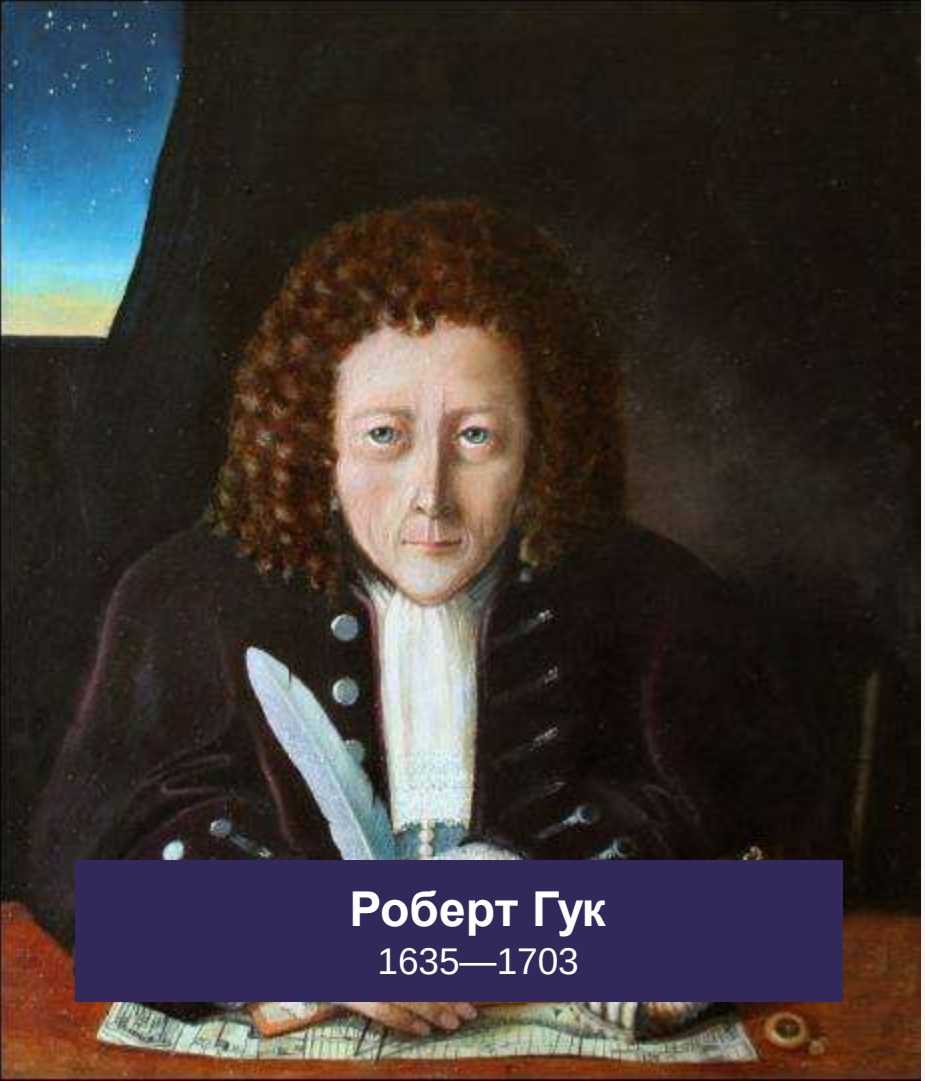
РЕШЕНИЕ

Предположим, что:

1) все небесные тела производят притяжение к их центрам, притягивая не только свои части, но и другие небесные тела, находящиеся в сфере их действия;


VIDEOUROKI.NET

VIDEOUROKI.NET



Роберт Гук
1635—1703

Задача. Построение траектории планеты благодаря суперпозиции её падения на Солнце по закону обратных квадратов и движения по инерции.

РЕШЕНИЕ

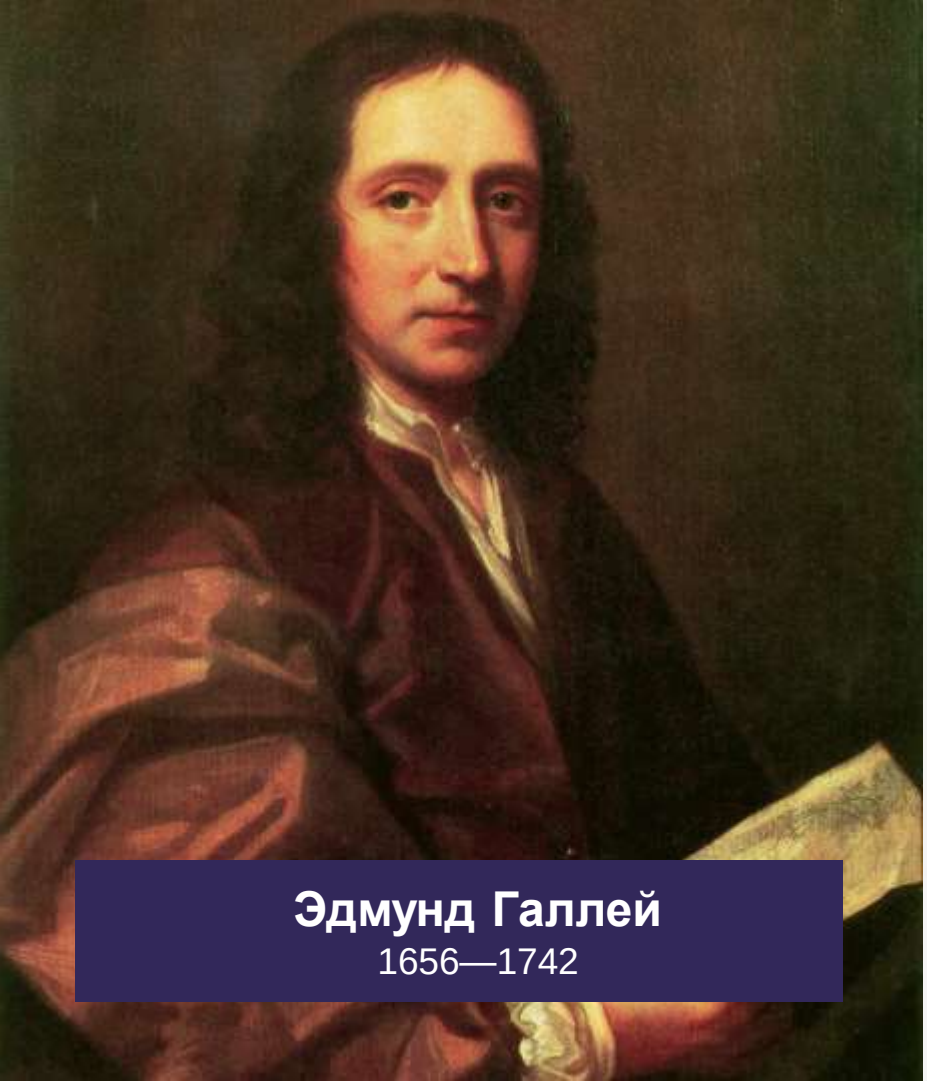
Предположим, что:

1) все небесные тела производят притяжение к их центрам, притягивая не только свои части, но и другие небесные тела, находящиеся в сфере их действия;

2) любое тело, участвующее в прямолинейном движении, будет двигаться по прямой, пока не отклонится в своём движении другой действующей силой и не будет вынуждено описывать круг, эллипс или другую сложную траекторию;

3) $F \sim \frac{1}{r}$.

VIDEOUROKI.NET



Эдмунд Галлей
1656—1742

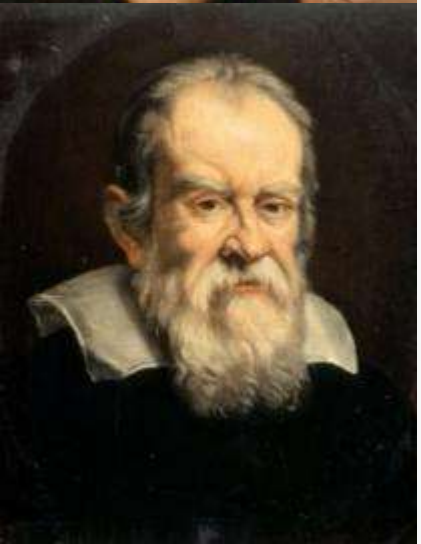
Третий закон Кеплера:
квадраты периодов обращения планет относятся как кубы больших полуосей их орбит:

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3} \Rightarrow F \sim \frac{1}{r^2}.$$

1) все небесные тела производят притяжение к их центрам, притягивая не только свои части, но и другие небесные тела, находящиеся в сфере их действия;

2) любое тело, участвующее в прямолинейном движении, будет двигаться по прямой, пока не отклонится в своём движении другой действующей силой и не будет вынуждено описывать круг, эллипс или другую сложную траекторию;

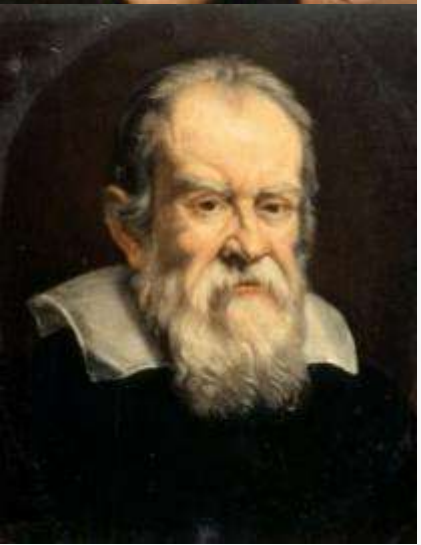
3) $F \sim \frac{1}{r^2}$.



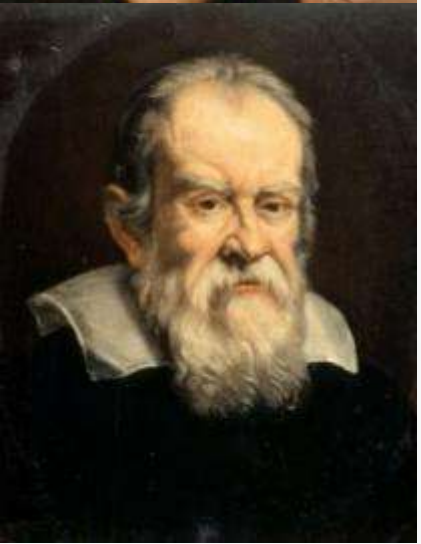
VIDEOUROKI.NET

Закон инерции: существуют такие СО, в которых тело сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения до тех пор, пока на него не подействуют другие тела или действия других тел компенсируются.

2-й закон Ньютона: ускорение, приобретаемое телом под действием приложенных к нему сил, прямо пропорционально результирующей силе и обратно пропорционально массе тела.



3-й закон Ньютона: силы, с которыми взаимодействующие тела действуют друг на друга, направлены по одной прямой, равны по модулю и противоположны по направлению.



VIDEOUROKI.net

VIDEOUROKI.net

Закон всемирного тяготения

Так как $F \sim \frac{1}{r^2}$, то ускорение Луны

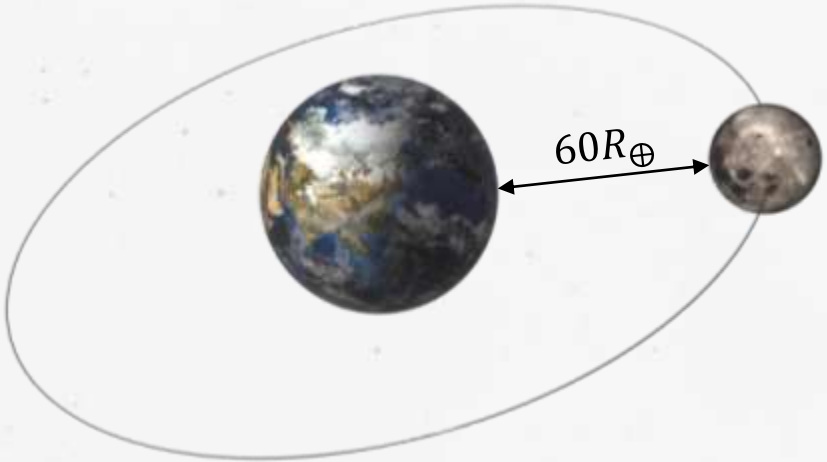
$$a_{\leftmoon} \approx \frac{g_{\oplus}}{3600} = \frac{9{,}8\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{3600} \cong 0{,}0027\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

Орбитальное ускорение Луны:

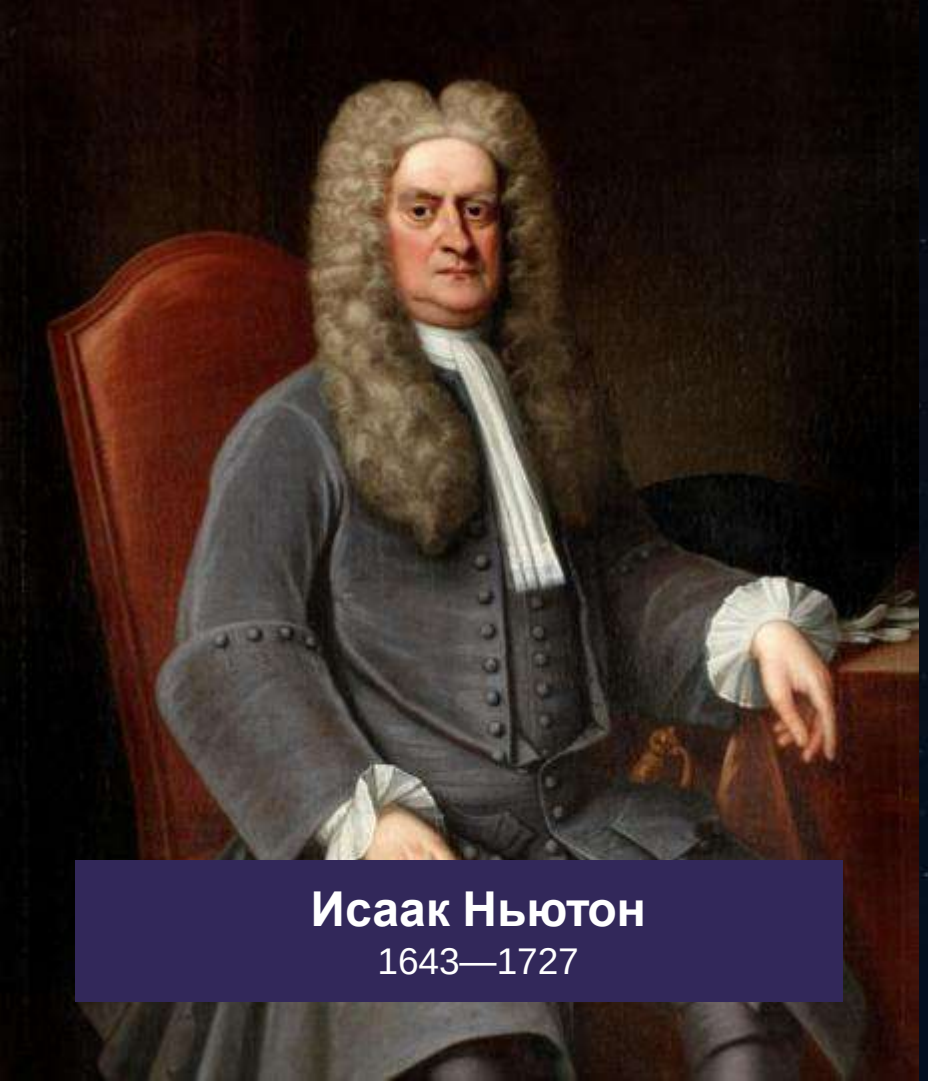
$$a_{\leftmoon} = \omega^2 r = \frac{4\pi^2}{T_{\leftmoon}^2} \cdot 60R_{\oplus}.$$

$$a_{\leftmoon} = \frac{4(3{,}14)^2}{(37{,}32 \cdot 3600\ \text{с})^2} \cdot 60 \cdot 6\,400 \cdot 1000\ \text{м} \cong$$

$$\cong 0{,}0027\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

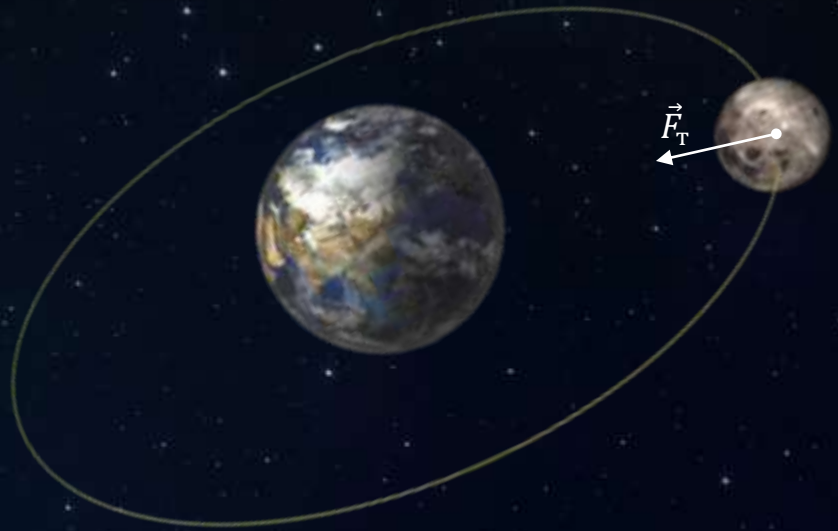


VIDEOUROKI.NET



Исаак Ньютон
1643—1727

Значит, сила, удерживающая Луну на орбите, — это есть сила земного притяжения, только ослабленная в 3600 раз, по сравнению с действующей у поверхности Земли.



VIDEOUROKI.NET

Закон всемирного тяготения

Любые два тела притягивают друг друга силами, прямо пропорциональными произведению масс этих тел и обратно пропорциональными квадрату расстояния между ними.

$$\vec{F} = G\frac{m_1 m_2}{\vec{r}^3}\vec{r}$$

И. Ньютон

VIDEOUROKI.NET

Закон всемирного тяготения

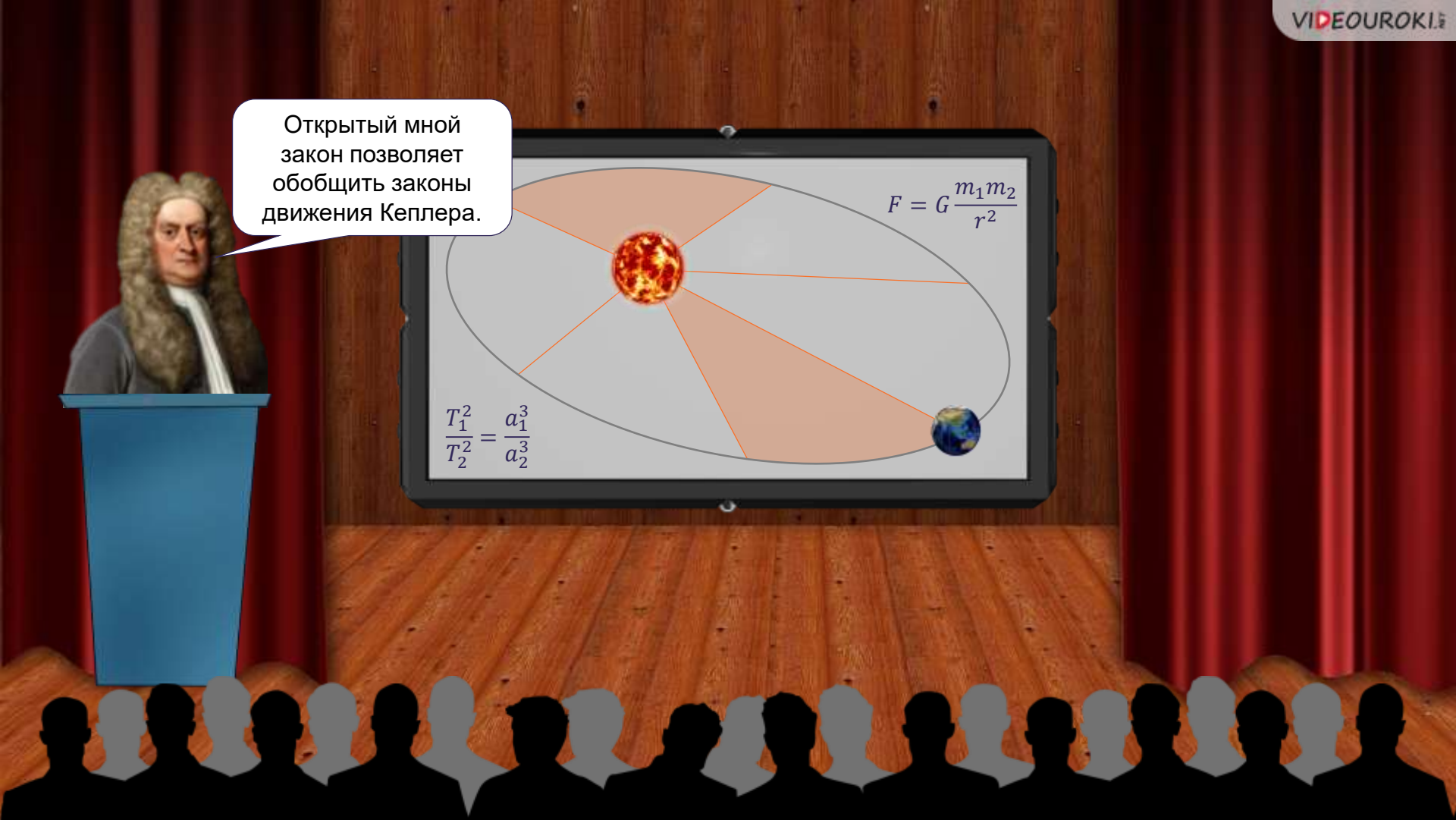
Закон всемирного тяготения: любые два тела притягивают друг друга силами, прямо пропорциональными произведению масс этих тел и обратно пропорциональными квадрату расстояния между ними.

$$\vec{F} = G\frac{m_1 m_2}{\vec{r}^3}\vec{r}$$

Гравитационная постоянная (G)численно равна силе притяжения двух тел массами 1 кг, находящихся на расстоянии 1 м друг от друга.

$$G = \frac{Fr^2}{m_1 m_2}$$

$$G = 6{,}674 \cdot 10^{-11}\ \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$$

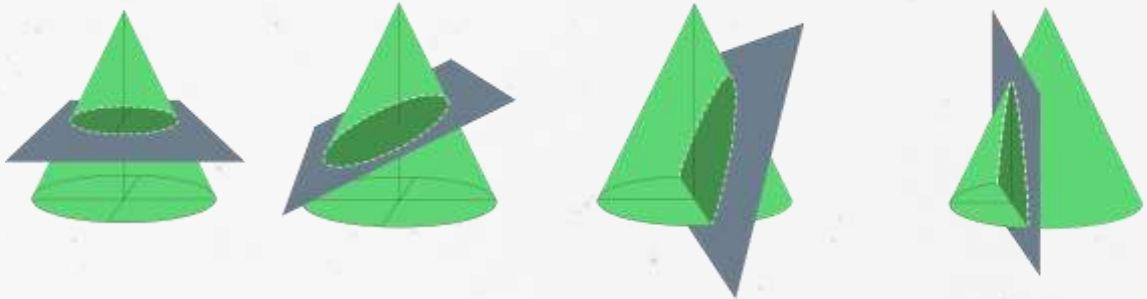

Открытый мной закон позволяет обобщить законы движения Кеплера.
$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$
$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$

VIDEOUROKI.NET

Первый обобщённый закон Кеплера

Движение одного небесного тела в поле тяготения другого небесного тела происходит по одному из конических сечений.

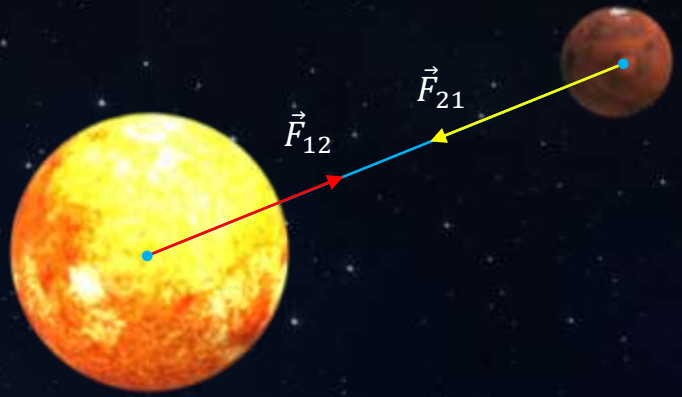
И. Кеплер



Окружность | Эллипс | Парабола | Гипербола

Закон всемирного тяготения

Невозмущённое движение — это движение тел, строго подчиняющееся законам Кеплера.

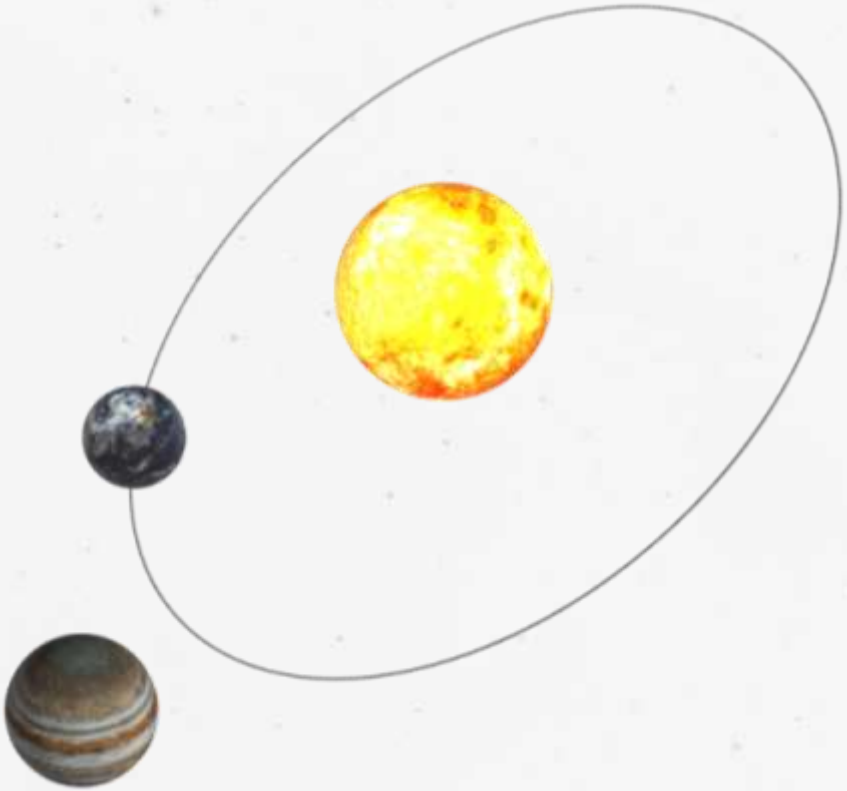


Реальные движения небесных тел не подчиняются законам Кеплера.

VIDEOUROKI.net

Закон всемирного тяготения

Отклонения в движениях тел от законов Кеплера называются возмущениями (пертурбациями), а реальное движение тел — возмущённым движением.



Около 99,86 % массы Солнечной системы содержится в Солнце.

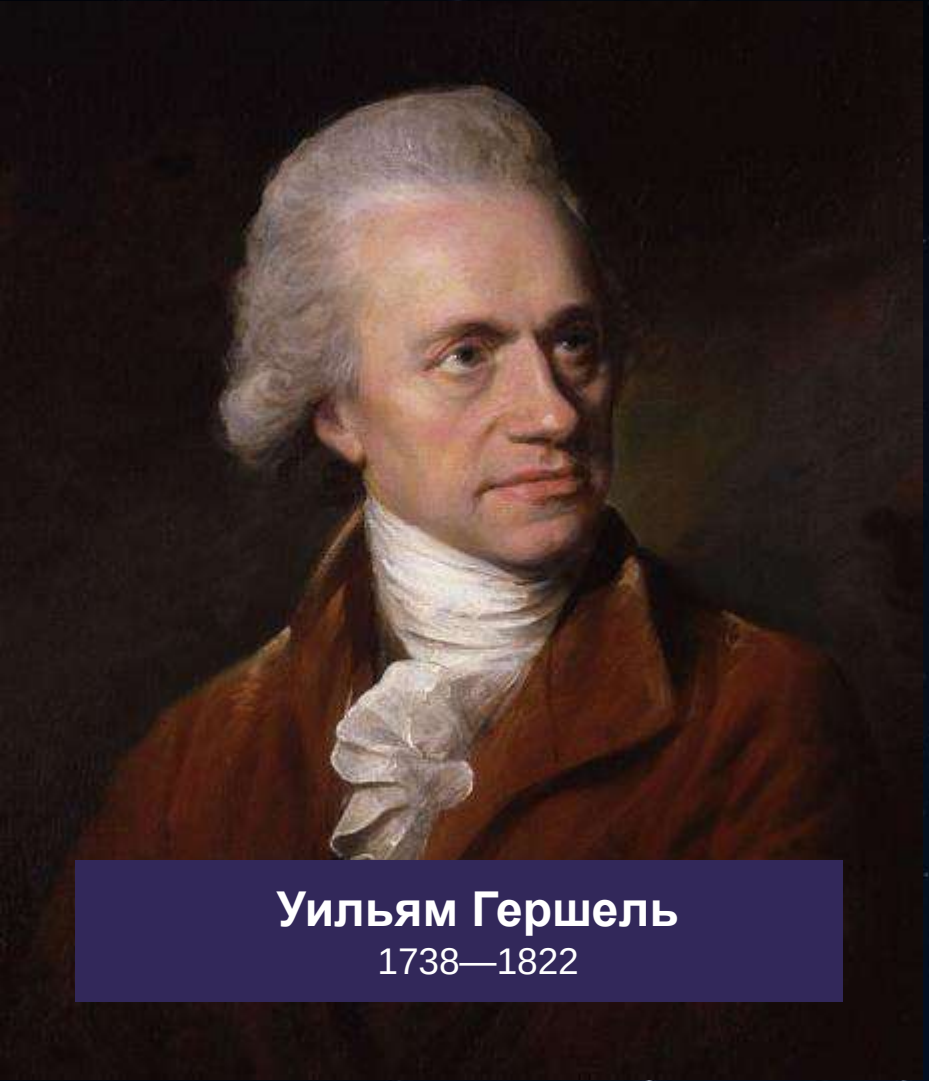
$M_{♃} \approx 317{,}8 M_{\oplus}$

Сравнительные размеры Земли и Юпитера

VIDEOUROKI.net
Падение кометы Шумейкеров —
Леви 9 на поверхность Юпитера

VIDEOUROKI.NET

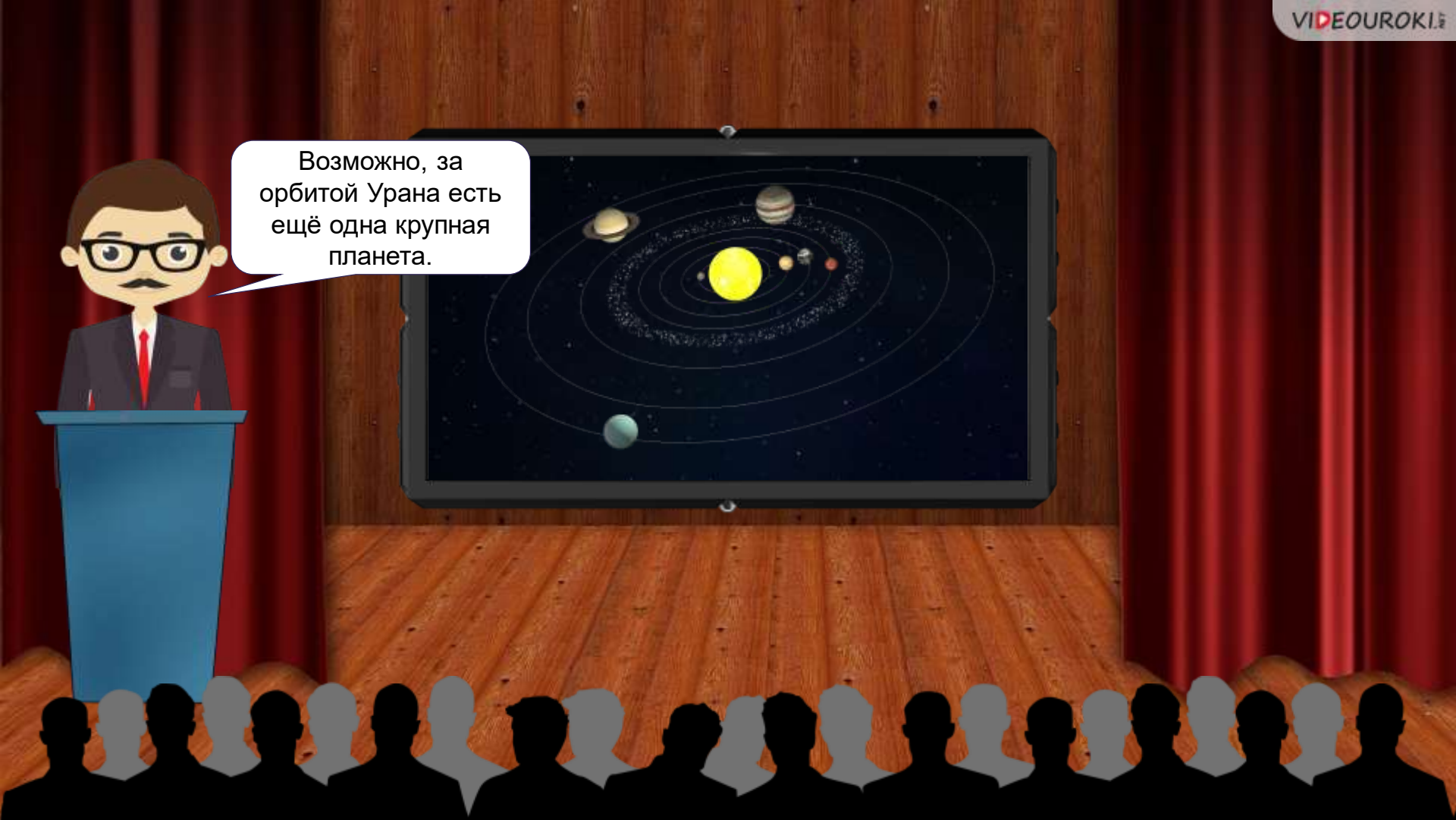
Уран и Нептун

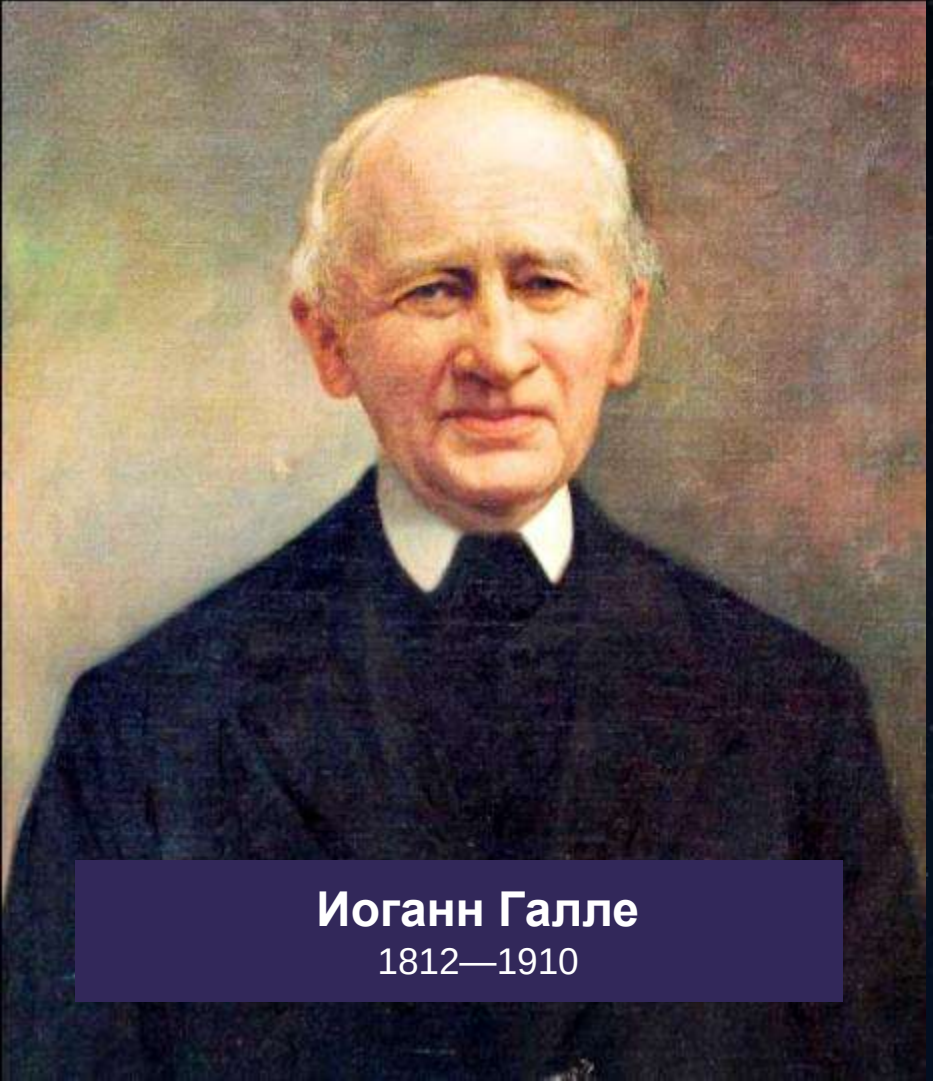


Уильям Гершель
1738—1822

Открыт 13 марта 1781 года.

VIDEOUROKI.NET


Возможно, за орбитой Урана есть ещё одна крупная планета.



Иоганн Галле
1812—1910

Открыт 23 сентября 1846 года.

VIDEOUROKI.NET

VIDEOUROKI.NET

Доминик Араго
1786—1853

«Планета, открытая
на кончике пера!»

Прилив и отлив

VIDEOUROKI.net

Прилив в Мон-Сен-Мишель

Приливы и отливы

Разность ускорений, вызываемых притяжением другого тела в данной точке и в центре планеты, называется приливным ускорением.

Приливы и отливы

Приливное трение —
процесс взаимодействия между массами воды, участвующими в приливных явлениях, и дном океана, вызванный суточным вращением Земли и вследствие тяготения Луны.

VIDEOUROKI.NET

Приливное трение замедляет скорость вращения Земли.

VIDEOUROKI.NET

Определение массы небесных тел

Закон всемирного тяготения: $F = G\dfrac{M_\oplus m}{R_\oplus^2}$.

Сила тяжести вблизи поверхности Земли:

$$F = mg.$$

При движении тела только под действием силы тяжести:

$$G\frac{M_\oplus m}{R_\oplus^2} = mg.$$

Масса Земли:

$$M_\oplus = \frac{gR_\oplus^2}{G} = \frac{9{,}8\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot (6371 \cdot 10^3\ \text{м})^2}{6{,}674 \cdot 10^{-11}\ \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}} \cong 6 \cdot 10^{24}\ \text{кг}.$$

Определение массы небесных тел

Способы определения массы небесного тела:

путём измерения силы тяжести на поверхности данного небесного тела:

$$M = \frac{gR^2}{G}.$$

VIDEOUROKI.NET

Определение массы небесных тел

T— период обращения тел.

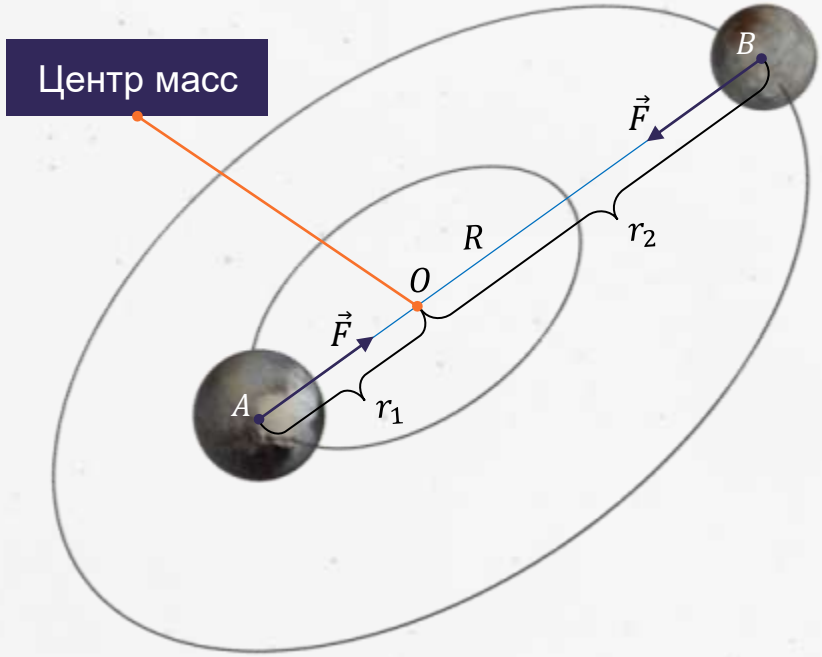
$R = r_1 + r_2$ — расстояние между центрами взаимодействующих тел.

Ускорения тел: $a_1 = \omega^2 r_1 = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 r_1 = G\frac{m_2}{R^2};$

$$a_2 = \omega^2 r_2 = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 r_2 = G\frac{m_1}{R^2}.$$

Закон всемирного тяготения: $F = G\frac{m_1 m_2}{R^2}.$

Второй закон Ньютона: $F = m_1 a_1;\ F = m_2 a_2.$



VIDEOUROKI.net

Определение массы небесных тел

T — период обращения тел.

$R = r_1 + r_2$ — расстояние между центрами взаимодействующих тел.

$R = r_1 + r_2$ — расстояние между центрами взаимодействующих тел.

$$\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 r_1 = G\frac{m_2}{R^2} \Rightarrow r_1 = G\frac{m_2 T^2}{4\pi^2 R^2}$$

Ускорения тел: $a_1 = \omega^2 r_1 = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 r_1 = G\frac{m_2}{R^2};$

$$\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 r_2 = G\frac{m_1}{R^2} \Rightarrow r_2 = G\frac{m_1 T^2}{4\pi^2 R^2}$$

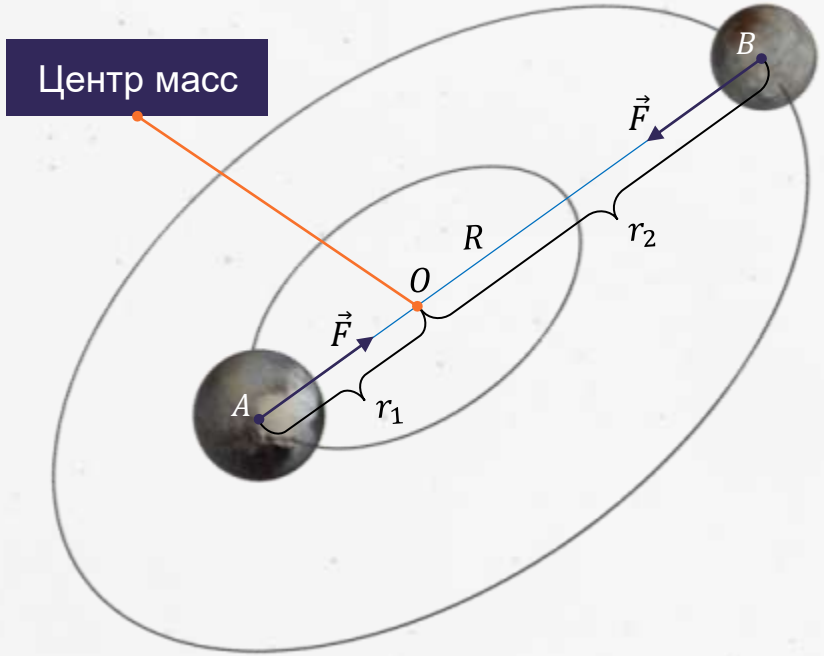
$$a_2 = \omega^2 r_2 = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 r_2 = G\frac{m_1}{R^2}.$$

$$r_1 + r_2 = \frac{GT^2}{4\pi^2 R^2}(m_2 + m_1) = R$$

Закон всемирного тяготения: $F = G\frac{m_1 m_2}{R^2}.$

$$\frac{T^2(m_2 + m_1)}{R^3} = \frac{G}{4\pi^2} \Rightarrow \frac{T_1^2(M_1 + m_1)}{T_2^2(M_2 + m_2)} = \frac{r_1^3}{r_2^3}$$

Второй закон Ньютона: $F = m_1 a_1; F = m_2 a_2.$



Третий обобщённый закон Кеплера

Квадраты сидерических периодов спутников, умноженные на сумму масс главного тела и спутника, относятся как кубы больших полуосей орбит спутников.

И. Кеплер

$$\frac{T_1^2(M_1 + m_1)}{T_2^2(M_2 + m_2)} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$$

VIDEOUROKI.NET

Задача. Определите массу Солнца (в массах Земли).

ДАНО

$a_\oplus = 150 \cdot 10^6$ км

$T_\oplus = 365$ сут

$a_\leftmoon = 384 \cdot 10^3$ км

$T_\leftmoon = 27{,}3$ сут

$M_\odot = ?$

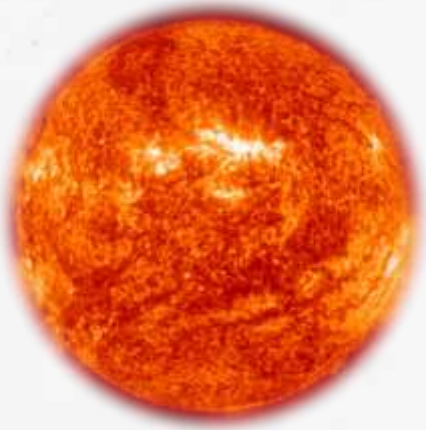
РЕШЕНИЕ

Третий обобщённый закон Кеплера: $\dfrac{T_\oplus^2(M_\odot + m_\oplus)}{T_\leftmoon^2(M_\oplus + m_\leftmoon)} = \dfrac{a_\oplus^3}{a_\leftmoon^3}$.

Так как $m_\oplus \ll M_\odot$ и $m_\leftmoon \ll M_\oplus$, то

$$\frac{T_\oplus^2 M_\odot}{T_\leftmoon^2 M_\oplus} = \frac{a_\oplus^3}{a_\leftmoon^3} \Rightarrow M_\odot = \frac{a_\oplus^3 T_\leftmoon^2}{a_\leftmoon^3 T_\oplus^2} M_\oplus.$$

$$M_\odot = \frac{(150 \cdot 10^6 \text{ км})^3 \cdot (27{,}3 \text{ сут})^2}{(384 \cdot 10^3 \text{ км})^3 \cdot (365 \text{ сут})^2} M_\oplus \cong 333\,000 M_\oplus.$$



ОТВЕТ: масса Солнца примерно в 333 000 раз больше массы Земли.

Выводы

Третий обобщённый закон Кеплера

Квадраты сидерических периодов спутников, умноженные на сумму масс главного тела и спутника, относятся как кубы больших полуосей орбит спутников.

И. Кеплер

$$\frac{T_1^2(M_1+m_1)}{T_2^2(M_2+m_2)}=\frac{a_1^3}{a_2^3}$$