Глава IV

Насыщенные и ненасыщенные пары
Влажность воздуха

Контрольные вопросы

1. *Какое явление называют парообразованием?*

а) Переход вещества из газообразного состояния в жидкое

б) Переход вещества из жидкого состояния в газообразное

в) Переход вещества из твёрдого состояния в газообразное

г) Переход вещества из газообразного состояния в твёрдое

2. *Какое явление называют испарением?*

а) Парообразование, происходящее с поверхности жидкости

б) Парообразование, происходящее по всему объёму жидкости

3. *От каких факторов зависит скорость испарения жидкости?*

а) От рода жидкости

б) От температуры жидкости

в) От площади свободной поверхности жидкости

г) От факторов, способствующих удалению молекул пара с поверхности жидкости (в частности, ветра)

д) От всех выше перечисленных факторов

4. *Почему при испарении жидкости происходит её охлаждение?*

а) Жидкость покидают наиболее медленные молекулы

б) Жидкость покидают наиболее быстрые молекулы

в) Жидкость отдаёт тепло окружающей среде

г) Жидкость получает тепло от окружающей среды

5. *Какое явление называют конденсацией?*

а) Переход вещества из газообразного состояния в жидкое

б) Переход вещества из жидкого состояния в газообразное

в) Переход вещества из твёрдого состояния в газообразное

г) Переход вещества из газообразного состояния в твёрдое

6. *Какой пар жидкости называют насыщенным?*

а) Пар, температура которого одинакова с температурой жидкости

б) Пар, температура которого ниже температуры жидкости

в) Пар, находящийся в динамическом равновесии со своей жидкостью

г) Пар, температура которого выше температуры жидкости

7. *Какое состояние называют динамическим равновесием пара со своей жидкостью?*

а) Состояние, при котором число молекул пара, возвращающихся в единицу времени в жидкость, превышает число молекул жидкости, покидающих в единицу времени её поверхность

б) Состояние, при котором число молекул пара, возвращающихся в единицу времени в жидкость, меньше числа молекул жидкости, покидающих в единицу времени её поверхность

в) Состояние, при котором молекулы жидкости не покидают её поверхность, а молекулы пара не возвращаются в жидкость

г) Состояние, при котором число молекул пара, возвращающихся в единицу времени в жидкость, равно числу молекул жидкости, покидающих в единицу времени её поверхность

8. *Зависят ли давление и плотность насыщенного пара жидкости от объёма при неизменном значении температуры?*

а) Да, зависят

б) Нет, не зависят

в) При высоких температурах зависят, при низких – не зависят

г) При высоких температурах не зависят, при низких – зависят

9. *По какой формуле вычисляют давление насыщенного пара жидкости?*

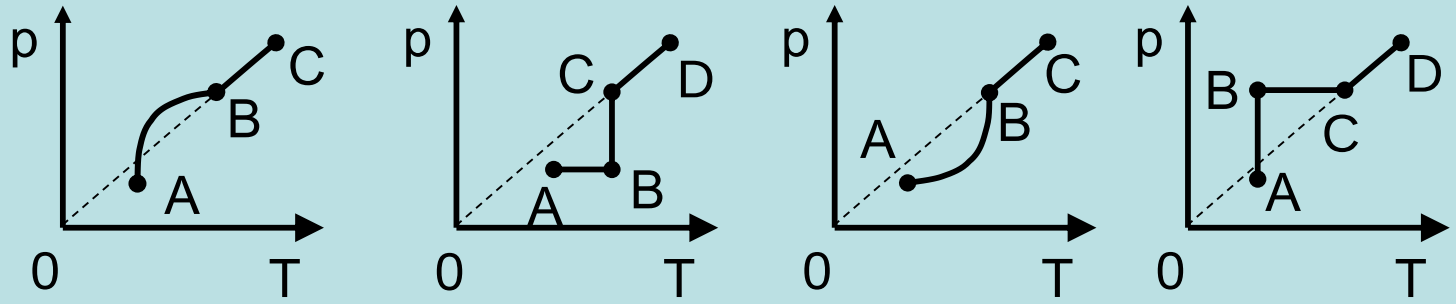
а) $p = nkT$, где n – концентрация молекул пара, k – постоянная Больцмана, T – абсолютная температура

б) $p = n^2kT$, где n – концентрация молекул пара, k – постоянная Больцмана, T – абсолютная температура

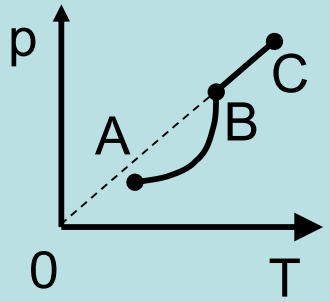
в) $p = nkT^2$, где n – концентрация молекул пара, k – постоянная Больцмана, T – абсолютная температура

г) $p = nk/T$, где n – концентрация молекул пара, k – постоянная Больцмана, T – абсолютная температура

10. *Какой вид имеет график зависимости давления насыщенного пара от температуры?*



11. *Чем объясняется нелинейная зависимость давления насыщенного пара от температуры на участке АВ (см. рис.)?*

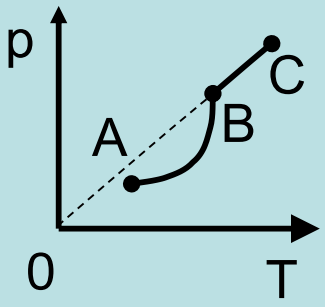


а) Зависимостью давления пара не только от температуры жидкости, но и от концентрации молекул (плотности) пара.

б) Независимостью давления пара от концентрации молекул (плотности) пара.

в) Независимостью давления пара от температуры жидкости

12. *Почему давление пара на участке ВС графика зависимости p(T) имеет линейный характер (см. рис.) ?*



а) Процесс испарения жидкости протекает более интенсивно, чем процесс конденсации пара

б) Процесс испарения жидкости протекает менее интенсивно, чем процесс конденсации пара

в) Вся жидкость испарилась. Пар перестаёт быть насыщенным и его давление при неизменном объёме линейно увеличивается с ростом температуры (в соответствии с законом Шарля)

г) Между процессами испарения жидкости и конденсации пара устанавливается неизменное равновесие

13. *Какой процесс называют кипением жидкости?*

а) Процесс интенсивного парообразования, протекающий только со свободной поверхности жидкости

б) Процесс интенсивного парообразования, протекающий только по всему объёму жидкости

в) Процесс интенсивного парообразования, протекающий не только с поверхности жидкости, но и по всему её объёму

14. *При каком условии начнётся кипение жидкости?*

а) Когда давление насыщенного пара в пузырьках меньше давления внутри жидкости

б) Когда давление насыщенного пара внутри пузырьков сравнивается с давлением внутри жидкости

в) Когда давление насыщенного пара в пузырьках больше давления внутри жидкости

г) Когда давление насыщенного пара в пузырьках не будет зависеть от давления внутри жидкости

15. *Из чего складывается давление насыщенного пара в пузырьках?*

а) Только из атмосферного давления и давления, связанного с кривизной поверхности пузырьков

б) Из атмосферного давления и гидростатического давления столба жидкости

в) Из атмосферного давления, гидростатического давления столба жидкости и давления, связанного с кривизной поверхности пузырьков

16. *Как изменяется температура кипения жидкости при возрастании внешнего давления?*

а) уменьшается

б) увеличивается

в) остаётся неизменной

г) зависит от рода жидкости: у одних жидкостей увеличивается, у других – уменьшается

17. *Как связаны давление насыщенного пара жидкости и температура её кипения?*

а) Зависимость отсутствует

б) Чем выше давление насыщенного пара жидкости, тем выше температура её кипения

в) Чем выше давление насыщенного пара жидкости, тем ниже температура её кипения

г) У одних жидкостей с увеличением давления насыщенного пара температура кипения увеличивается, у других – уменьшается

18. *Что называют абсолютной влажностью воздуха?*

а) Содержание водяного пара (в граммах) в 1 $м^3$ воздуха при данных условиях

б) Содержание водяного пара (в граммах) в 1 $м^3$ воздуха при нормальных условиях

в) Содержание водяного пара (в граммах) в 1 $см^3$ воздуха при данных условиях

г) Содержание водяного пара (в граммах) в 1 $м^3$ воздуха при нормальных условиях

19. *Что называют парциальным давлением водяного пара?*

а) Давление, которое оказывает водяной пар в атмосферном воздухе вместе с другими газами

б) Давление, которое оказывает водяной пар в атмосферном воздухе при $0^{o}C$

в) Давление, которое оказывает водяной пар при температуре $100^{o}C$

г) Давление, которое оказывает водяной пар в атмосферном воздухе в отсутствие других газов

20. *Что называют точкой росы?*

а) Давление, при котором ненасыщенный пар жидкости становится насыщенным

б) Температуру, при которой насыщенный пар жидкости становится ненасыщенным

в) Температуру, при которой ненасыщенный пар жидкости становится насыщенным

г) Давление, при котором насыщенный пар жидкости полностью конденсируется

21. *Какое определение относительной влажности воздуха является правильным?*

а) Отношение парциального давления p водяного пара, содержащегося в воздухе при данной температуре, к давлению $p_н$ насыщенного водяного пара при той же температуре

б) Отношение давления $p_н$ насыщенного водяного пара при данной температуре к парциальному давлению p водяного пара, содержащегося в воздухе при той же температуре

в) Отношение парциального давления p водяного пара, содержащегося в воздухе при температуре 0^oC, к давлению $p_н$ насыщенного водяного пара при той же температуре

г) Отношение парциального давления p водяного пара, содержащегося в воздухе при данной температуре, к атмосферному давлению p_A при той же температуре

22. *По какой формуле вычисляют относительную влажность воздуха?*

а) $\varphi = \frac{p}{p_н} \cdot 100\%$

б) $\varphi = \frac{p_н}{p} \cdot 100\%$

в) $\varphi = \frac{p_н + p}{p} \cdot 100\%$

г) $\varphi = \frac{p_н}{p_н + p} \cdot 100\%$

23. *Какие приборы позволяют измерять влажность воздуха?*

а) Психрометр, конденсационный гигрометр, волосной гигрометр

б) Спидометр, ареометр

в) Волюмометр, гальванометр

г) Тангенс-буссоль, эхолот, частотомер

Методы решения задач

1. *В воздухе объёмом $V = 10$ м^3 содержится водяной пар массой $m = 120$ г. Какова абсолютная влажность воздуха?*

Решение. Определим плотность водяного пара в воздухе: $\rho = m/V$, где m – масса водяного пара, V – объём, занимаемый паром.

Значение плотности водяного пара, наряду со значением его парциального давления, является абсолютной влажностью воздуха при данных условиях.

Вычислим результат: $\rho = 120$ г/10 м^3 = 12 г/м^3

Ответ: $\rho = 12$ г/м^3

2. *В закрытом сосуде объёмом $V = 1{,}5$ м^3 находится влажный воздух с абсолютной влажностью $\rho = 15$ г/м^3. Сколько молекул водяного пара находится в сосуде?*

Решение. Определим массу водяного пара в сосуде:

$m = \rho V$, где ρ – плотность водяного пара, V – объём сосуда.

Число молекул N в веществе массой m определяется выражением:

$N = \frac{m}{\mu} N_A$, где μ – молярная масса вещества, N_A – число Авогадро.

Выражение для N принимает окончательный вид: $N = \frac{\rho V}{\mu} N_A$.

Вычислим результат:

$$N = \frac{0{,}015 кг/м^3 \cdot 1{,}5 м^3}{0{,}018 кг/моль} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23} \frac{1}{моль} = 7{,}5 \cdot 10^{23}.$$

3. *При температуре t^o = 20°С плотность насыщенного пара ртути ρ = 0,02 кг/м³. Чему равно давление насыщенного пара ртути при этой температуре?*

Решение. Запишем для паров ртути уравнение Менделеева-Клапейрона:

$pV = \frac{m}{\mu} RT$, где m – масса пара, μ – молярная масса ртути, p -

давление паров ртути, R = 8,31 Дж/(моль·К) – универсальная газовая постоянная, T – абсолютная температура, V – объём, занимаемый парами ртути.

Выразим отсюда давление пара: $p = \frac{m}{V} \cdot \frac{RT}{\mu} = \rho \frac{RT}{\mu}$, где ρ = = m/V – плотность паров ртути.

Вычислим результат:

$$p = 0{,}02 \frac{кг}{м^3} \cdot \frac{8{,}31 \frac{Дж}{моль \cdot К} \cdot 293К}{0{,}201 кг / моль} = 242{,}3\,Па.$$

4. *Чему равна абсолютная влажность воздуха, если содержащийся в нём водяной пар имеет парциальное давление p = = 1,4·10⁴ Па, а температура воздуха t° = 50°C?*

Решение. Из выражения для парциального давления пара p при температуре T (см. решение предыдущей задачи) определим плотность водяного пара в воздухе:

$$p = \rho \frac{RT}{\mu} \Rightarrow \rho = \frac{p\mu}{RT}.$$

Это выражение и определяет абсолютную влажность воздуха при заданных условиях.

Вычислим результат:

$$\rho = \frac{1{,}4 \cdot 10^4\,\text{Па} \cdot 18 \cdot 10^{-3}\,\text{кг/моль}}{8{,}31\,\text{Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К}) \cdot 323\,\text{К}} = 0{,}094\,\frac{\text{кг}}{\text{м}^3} = 94\,\frac{\text{г}}{\text{м}^3}.$$

5. *В сосуде находятся воздух и насыщенный водяной пар при температуре t^o_1 = 100°С и давлении $p = 3p_o$, где $p_o = 10^5$ Па – атмосферное давление. Каким будет давление в сосуде при понижении температуры до t^o_2 = 10°С? Давлением насыщенных паров при t^o_2 = 10°С пренебречь.*

Решение. Давление насыщенного водяного пара при температуре t^o_1 = 100°С составляет $p_o = 10^5$ Па. Это значит, что парциальное давление воздуха в сосуде при этой температуре равно $p_1 = p - p_o = 3p_o - p_o = 2p_o$.

Сосуд герметичен, поэтому воздух охлаждается изохорически. Для этого процесса справедлив закон Шарля:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}.$$

Отсюда $p_2 = p_1 \frac{T_2}{T_1} = 2p_o \frac{T_2}{T_1}$ – давление воздуха в сосуде при температуре T_2.

Вычислим результат:

$$p_2 = 2 \cdot 10^5 \text{ Па} \frac{283\text{К}}{373\text{К}} = 1{,}5 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

6. *В воздухе с относительной влажностью φ = 60% давление паров воды p = 2040 Па. Чему равно давление насыщенного пара при той же температуре?*

Решение. Воспользуемся формулой для относительной влажности воздуха:

$\varphi = \frac{p}{p_н} \cdot 100\%$, где p – парциальное давление водяного пара, $p_н$ – давление насыщенного водяного пара при той же температуре.

Отсюда $p_н = \dfrac{p \cdot 100\%}{\varphi}$.

Вычислим результат: $p_н = \dfrac{2040\text{Па} \cdot 100\%}{60\%} = 3400\ \text{Па}$.

7. *Какова масса водяных паров в воздухе объёмом V = 1 м^3 в летний день при температуре t^o = 30°C и относительной влажности φ = 75%?*

Решение. Из формулы для относительной влажности выразим абсолютную влажность воздуха:

$$\varphi = \frac{\rho}{\rho_н} 100\% \Rightarrow \rho = \frac{\varphi \rho_н}{100\%}.$$

Тогда $m = \rho V = \dfrac{\varphi \rho_н V}{100\%}$ – масса водяного пара в объёме V.

Плотность $\rho_н$ насыщенного водяного пара при температуре t^o = = 30°C возьмём из таблицы зависимости давления p и плотности ρ насыщенного водяного пара от температуры: $\rho_н$ = 30,3 г/м^3.

Вычислим результат: $$m = \frac{75\% \cdot 30{,}3\,\text{г}/\text{м}^3 \cdot 1\,\text{м}^3}{100\%} = 22{,}73\,\text{г}.$$

8. *В комнате объёмом V = 64 м^3 воздух имеет температуру t^o = = 25°C и относительную влажность φ_1 = 30%. Какую массу воды нужно испарить в этой комнате, чтобы относительная влажность возросла до φ_2 = 60%?*

Решение. Напишем выражение для относительной влажности воздуха в комнате в начальном состоянии:

$\varphi_1 = \dfrac{\rho_1}{\rho_н} \cdot 100\%$, где ρ_1 – абсолютная влажность воздуха в комнате в начальном состоянии, $\rho_н$ – плотность насыщенного водяного пара при температуре t^o = 25°C.

Отсюда $$\rho_1 = \frac{\varphi_1 \rho_н}{100\%}.$$

Проведём такие же выкладки для относительной влажности воздуха в конечном состоянии.

$\varphi_2 = \frac{\rho_2}{\rho_н} \cdot 100\%$, где ρ_2 – абсолютная влажность воздуха в комнате в конечном состоянии, $\rho_н$ – плотность насыщенного водяного пара при температуре $t^o = 25^oC$.

Отсюда $\rho_2 = \frac{\varphi_2 \rho_н}{100\%}$.

$m_1 = \rho_1 V = \frac{\varphi_1 \rho_н V}{100\%}$ – масса водяного пара в воздухе в комнате в начальном состоянии.

$m_2 = \rho_2 V = \frac{\varphi_2 \rho_н V}{100\%}$ – масса водяного пара в воздухе в комнате в конечном состоянии.

Тогда $\Delta m = m_2 - m_1 = \frac{\rho_н V}{100\%}(\varphi_2 - \varphi_1)$ – масса воды, которая испарилась в комнате.

Вычислим результат: $\Delta m = \dfrac{23\dfrac{г}{м^3}\cdot 64 м^3}{100\%}(60\% - 30\%) = 441{,}6\ г.$

9. *В комнате объёмом V = 60 м³ температура воздуха повысилась с t^o_1 = 17°С до t^o_2 = 21°С, относительная влажность увеличилась с φ_1 = 40% до φ_2 = 60%. Какая масса воды испарилась в воздух? Давление насыщенного пара воды при температуре t^o_1 = = 17°С $p_{н1}$ = 1,94 кПа, при температуре t^o_2 = 21°С – $p_{н2}$ = 2,49 кПа.*

Решение. $m_1 = \rho_1 V = \dfrac{\varphi_1 \rho_{н1} V}{100\%}$ – масса водяного пара в воздухе в комнате при температуре t^o_1 и относительной влажности φ_1.

$m_2 = \rho_2 V = \dfrac{\varphi_2 \rho_{н2} V}{100\%}$ – масса водяного пара в воздухе в комнате при температуре t^o_2 и относительной влажности φ_2.

Тогда $\Delta m = m_2 - m_1 = (\varphi_2 \rho_{н2} - \varphi_1 \rho_{н1})\dfrac{V}{100\%}$ – масса воды, которую необходимо дополнительно испарить в комнате.

Свяжем плотность $\rho_н$ и давление $p_н$ насыщенного водяного пара:

$\rho_н = \frac{p_н \mu}{RT}$, где μ = 0,018 кг/моль – молярная масса водяного пара, R = 8,31 Дж/(моль·К) – универсальная газовая постоянная, T – абсолютная температура (см. решение задачи 4).

Выражение для Δm примет окончательный вид:

$$\Delta m = \left(\varphi_2 \frac{p_{н2}\mu}{RT_2} - \varphi_1 \frac{p_{н1}\mu}{RT_1} \right) \frac{V}{100\%} = \frac{\mu V}{R100\%} \left(\varphi_2 \frac{p_{н2}}{T_2} - \varphi_1 \frac{p_{н1}}{T_1} \right).$$

Вычислим результат:

$$\Delta m = \frac{0{,}018 кг/моль \cdot 60 м^3}{8{,}31 Дж/(моль \cdot К) \cdot 100\%} \left(60\% \frac{2490 Па}{294 К} - 40\% \frac{1940 Па}{290 К} \right) = 312{,}7 г.$$

10. *Смешали воздух объёмом V_1 = 1 м^3 при относительной влажности φ_1 = 20% и воздух объёмом V_2 = 2 м^3 при относительной влажности φ_2 = 30%, взятых при одинаковой температуре. Смесь занимает объём V = 3 м^3. Определить её относительную влажность.*

Решение. Запишем уравнение Менделеева-Клапейрона для водяного пара в каждой порции воздуха в отдельности и для водяного пара в смеси газов и определим массу каждой порции водяного пара и в смеси газов:

$$\begin{cases} p_1V_1 = \dfrac{m_1}{\mu}RT \\ p_2V_2 = \dfrac{m_2}{\mu}RT \\ p(V_1+V_2) = \dfrac{m_1+m_2}{\mu}RT \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m_1 = \dfrac{p_1V_1\mu}{RT} \\ m_2 = \dfrac{p_2V_2\mu}{RT} \\ m_1+m_2 = \dfrac{p(V_1+V_2)\mu}{RT} \end{cases}$$

Тогда

$$\frac{p_1V_1\mu}{RT} + \frac{p_2V_2\mu}{RT} = \frac{p(V_1+V_2)\mu}{RT};\ p(V_1+V_2) = p_1V_1 + p_2V_2;\ p = \frac{p_1V_1+p_2V_2}{V_1+V_2} -$$

парциальное давление водяного пара в смеси газов.

Определим парциальные давления p_1 и p_2 водяного пара в каждой порции воздуха в отдельности:

$$\varphi_1 = \frac{p_1}{p_н}\cdot 100\% \Rightarrow p_1 = \frac{\varphi_1 p_н}{100\%};\ \varphi_2 = \frac{p_2}{p_н}\cdot 100\% \Rightarrow p_2 = \frac{\varphi_2 p_н}{100\%}$$

Выражение для p принимает окончательный вид:

$$p = \frac{\frac{\varphi_1 p_н}{100\%} V_1 + \frac{\varphi_2 p_н}{100\%} V_2}{V_1 + V_2} = \frac{\varphi_1 V_1 + \varphi_2 V_2}{V_1 + V_2} \cdot \frac{p_н}{100\%}.$$

Получим выражение для относительной влажности смеси газов:

$$\varphi = \frac{p}{p_н} \cdot 100\% = \frac{100\%}{p_н} \cdot \frac{\varphi_1 V_1 + \varphi_2 V_2}{V_1 + V_2} \cdot \frac{p_н}{100\%} = \frac{\varphi_1 V_1 + \varphi_2 V_2}{V_1 + V_2}$$

Вычислим результат:

$$\varphi = \frac{20\% \cdot 1\,м^3 + 30\% \cdot 2\,м^3}{1\,м^3 + 2\,м^3} = 26{,}7\%.$$

11. *Какова плотность насыщенного водяного пара при температуре $t^o = 100^oC$?*

Решение. Воспользуемся выражением, связывающим плотность $\rho_н$ и давление $p_н$ насыщенного пара при некоторой температуре T (см. реш. зад. 4): $\rho_н = p_н\mu/RT$.

При температуре T = 373 K давление насыщенного пара воды равно атмосферному давлению: $p_н = p_o = 10^5$ Па.

Тогда $\rho_н = \dfrac{10^5\,\text{Па}\cdot 0{,}018\,\text{кг/моль}}{8{,}31\,\text{Дж/(моль}\cdot\text{К)}\cdot 373\,\text{К}} = 0{,}581\,\dfrac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ – плотность насыщенного пара воды при температуре $t^o = 100^o$C.

12. *Сухой воздух заполняет закрытый сосуд объёмом V = 25 л при давлении $p_1 = 10^5$ Па и температуре $t^o_1 = -23^o$C. В сосуд кладут кусок льда массой m = 9 г и нагревают сосуд до температуры $t^o_2 = 127^o$C. Определить давление влажного воздуха в сосуде. Давление насыщенных водяных паров при 127°C $p_н$ = 250 кПа.*

Решение. Вычислим массу насыщенного водяного пара в сосуде при температуре $t^o_2 = 127^o$C:

$$m_н = \rho_н V = \frac{p_н \mu}{RT_2} V = \frac{250\cdot 10^3\,\text{Па}\cdot 18\cdot 10^{-3}\,\text{кг/моль}}{8{,}31\,\dfrac{\text{Дж}}{\text{моль}\cdot\text{К}}\cdot 400\,\text{К}}\cdot 25\cdot 10^{-3}\,\text{м}^3 = 33{,}8\cdot 10^{-3}\,\text{кг} = 33{,}8\,\text{г}.$$

Полученный результат означает, что масса льда (9 г) недостаточна для того, чтобы в сосуде при температуре t^o_2 = 127°С наблюдалось равновесие пара и воды, т.е. в сосуде при этой температуре будут находиться воздух и ненасыщенный водяной пар.

Парциальное давление водяного пара при температуре T_2 определим из уравнения Менделеева-Клапейрона:

$$p_п V = \frac{m_п}{\mu_п} RT_2 \Rightarrow p_п = \frac{m_п}{\mu_п V} RT_2.$$

Парциальное давление воздуха в сосуде определим из закона Шарля:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow p_2 = \frac{T_2}{T_1} p_1.$$

Определим давление влажного воздуха в сосуде:

$$p = p_п + p_2 = \frac{m_п}{\mu V} RT_2 + \frac{T_2}{T_1} p_1.$$

Вычислим результат:

$$p = \frac{0{,}009\text{кг}}{0{,}018\text{кг/моль} \cdot 0{,}025\text{м}^3} \cdot 8{,}31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 400\text{К} + \frac{400\text{К}}{250\text{К}} \cdot 10^5\,\text{Па} = 226480\,\text{Па}.$$

13. *Определить отношение плотностей воздуха с влажностью φ = 90% и сухого воздуха при давлении $p = 10^5$ Па и температуре $t^o = 27^oC$. Плотность насыщенных паров воды при этой температуре $\rho_н = 0{,}027$ кг/м^3.*

Решение. Определим плотность ρ_1 влажного воздуха как отношение суммарной массы непосредственно воздуха и водяного пара, содержащихся в некотором объёме V, к величине этого объёма:

$\rho_1 = (m_1 + m_п)/V$, где m_1 – масса непосредственно воздуха, $m_п$ – масса водяного пара.

Напишем, исходя из уравнения Менделеева-Клапейрона, выражения для массы m_1 и $m_п$:

$$p_1 V = \frac{m_1}{\mu} RT \Rightarrow m_1 = \frac{p_1 V \mu}{RT}; \; p_п V = \frac{m_п}{\mu_п} RT \Rightarrow m_п = \frac{p_п V \mu_п}{RT}.$$

Тогда

$$\rho_1 = \frac{\frac{V}{RT}\left(p_1\mu + p_п\mu_п\right)}{V} = \frac{1}{RT}\left(p_1\mu + p_п\mu_п\right).$$

Давление p влажного воздуха "складывается" из давления p_1 непосредственно воздуха и давления $p_п$ водяного пара: $p = p_1 + p_п$.

Отсюда $\rho_1 = \frac{1}{RT}\left((p - p_п)\mu + p_п\mu_п\right) = \frac{1}{RT}\left(\mu p - (\mu - \mu_п)p_п\right).$

$p_п = \varphi p_н/100\%$ – парциальное давление водяного пара.

$\rho_2 = \frac{p\mu}{RT}$ – плотность сухого воздуха.

Составим отношение плотностей влажного и сухого воздуха:

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{\frac{1}{RT}\left(\mu p - \frac{(\mu - \mu_п)\varphi p_н}{100\%}\right)}{\frac{p\mu}{RT}} = 1 - \frac{(\mu - \mu_п)\varphi p_н}{100\% p\mu}.$$

$$p_н = \frac{\rho_н RT}{\mu_п}$$ (см.реш.зад.4)

Выражение для ρ_1/ρ_2 принимает окончательный вид:

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = 1 - \frac{(\mu - \mu_п)\varphi\rho_н RT}{100\% p\mu\mu_п}.$$

Вычислим результат:

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = 1 - \frac{(0{,}029\,\text{кг/моль} - 0{,}018\,\text{кг/моль})90\% \cdot 0{,}027\,\text{кг/м}^3 \cdot 8{,}31\frac{\text{Дж}}{\text{моль}\cdot\text{К}} \cdot 300\,\text{К}}{100\% \cdot 10^5\,\text{Па} \cdot 0{,}029(\text{кг/моль}) \cdot 0{,}018(\text{кг/моль})} = 0{,}987.$$

14. *Температура воздуха t^o = 2°С, относительная влажность φ = 60%. Выпадет ли иней, если температура снизится до – 3°С?*

Решение. Определим плотность водяного пара в воздухе при температуре t^o = 2°С:

$$\varphi = \frac{\rho}{\rho_н} \cdot 100\% \Rightarrow \rho = \frac{\varphi\rho_н}{100\%},$$ где $\rho_н$ – плотность насыщенного водяного пара при температуре t^o = 2°С (берётся из таблицы).

$$\rho = \frac{60\% \cdot 5{,}6\text{г/м}^3}{100\%} = 3{,}36\frac{\text{г}}{\text{м}^3}.$$

Из таблицы находим, что при температуре t^o = - 3°С плотность насыщенного водяного пара равна $\rho_н$ = 3,81 г/м^3. Это значит, что водяной пар, находящийся в воздухе при температуре t^o = 2°С не станет насыщенным при температуре t^o = - 3°С, т.е. конденсации водяного пара в воду при температуре t^o = - 3°С не будет.

В результате иней (замерзшая вода) при указанных условиях образоваться не сможет.

15. *На какую высоту нужно поднять поршень, закрывающий сосуд с водой, чтобы вся вода испарилась? Толщина слоя воды равна d, плотность ρ, её молярная масса μ, давление насыщенного пара p. Температура воды и пара T поддерживается постоянной, воздуха в сосуде нет.*

Решение. m = ρSd – масса воды сосуде.

$$pV = \frac{m}{\mu}RT \Rightarrow m = \frac{pV\mu}{RT} = \frac{pSH\mu}{RT} -$$ масса насыщенного пара, полученного из воды (S – площадь поперечного сечения сосуда, H - высота поднятия поршня над дном сосуда).

Приравняем два выражения для массы и получим выражение для H:

$$\rho Sd = \frac{pSH\mu}{RT} \Rightarrow \rho d = \frac{pH\mu}{RT}; H = \frac{\rho dRT}{p\mu}.$$

Тогда $h = H - d = \frac{\rho dRT}{p\mu} - d = \left(\frac{\rho RT}{p\mu} - 1\right)d -$ высота поднятия поршня над поверхностью воды в сосуде.

16. *В цилиндре под поршнем находится разрежённый влажный воздух при температуре $t^o = 30^oC$. Давление в цилиндре $p_1 = 10^4$ Па, относительная влажность $\varphi = 60\%$. Какое давление p_2 установится в цилиндре, если перемещением поршня уменьшить его объём в три раза, сохраняя при этом температуру постоянной? Объёмом воды, появившейся в результате конденсации пара, пренебречь.*

Решение. Давление в цилиндре в конечном состоянии складывается из двух давлений: парциального давления $p_{п2}$ водяного пара и парциального давления $p_{в2}$ воздуха: $p_2 = p_{в2} + p_{п2}$.

Из таблицы возьмём значение плотности насыщенного водяного пара при температуре $t^o = 30^o$: $\rho_н = 30{,}3$ г/м^3.

Определим плотность водяного пара в начальном состоянии:

$$\varphi = \frac{\rho}{\rho_н} \cdot 100\% \Rightarrow \rho = \frac{\varphi \rho_н}{100\%} = \frac{60\% \cdot 30{,}3 г/м^3}{100\%} = 18{,}2 \frac{г}{м^3}.$$

Для того, чтобы ненасыщенный пар воды в цилиндре стал насыщенным, его нужно сжать в $\rho_н/\rho$ = (30,3 г/м^3)/(18,2 г/м^3) = 1,7 раз.

При дальнейшем сжатии пар будет оставаться насыщенным ($p_{п2} = p_н$ = 4242 Па (взято из таблицы)), а часть его будет конденсироваться.

Процесс изотермического сжатия воздуха в цилиндре подчиняется закону Бойля-мариотта: $p_{в1}V_1 = p_{в2}V_2 = p_{в2}V_1/3$.

Отсюда $p_{в2} = 3p_{в1}$ – парциальное давление воздуха в конечном состоянии.

Определим парциальное давление $p_{в1}$ воздуха в начальном состоянии. Для этого определим давление $p_{п1}$ водяного пара в начальном состоянии.

$$\varphi = \frac{p_{п1}}{p_н} \cdot 100\% \Rightarrow p_{п1} = \frac{\varphi p_н}{100\%} = 0{,}6p_н.$$

Тогда $p_{в1} = p_1 - p_{п1} = p_1 - 0{,}6p_н$; $p_{в2} = 3p_1 - 1{,}8p_н$.

Получим окончательное выражение для давления в цилиндре в конечном состоянии:

$$p_2 = p_{в2} + p_н = 3p_1 - 1{,}8p_н + p_н = 3p_1 - 0{,}8p_н.$$

Вычислим результат: $p_2 = 3\cdot10^4$ Па – 0,8·4242 Па = 26606,4 Па.

17. *В цилиндре под поршнем в объёме V_1 = 1 м^3 при температуре t^o = 30°С находится смесь азота и насыщенного пара воды. Масса смеси m_o = 286 г. Какая масса пара сконденсируется, если объём уменьшить в n раз (n = 3) при постоянной температуре? Какое давление p было у смеси газов до сжатия? Давление насыщенного водяного пара при температуре t^o = 30° равно p_1 = 4,2 кПа. Молярные массы воды и азота равны соответственно μ_1 = = 0,018 кг/моль и μ_2 = 0,028 кг/моль.*

Решение. Давление насыщенного пара воды при неизменной температуре не зависит от объёма. Запишем для двух состояний водяного пара уравнение Менделеева-Клапейрона:

$$p_1V_1 = \frac{m_1}{\mu_1}RT;\ p_1\frac{V_1}{n} = \frac{m_1'}{\mu_1}RT$$

Отсюда

$$m_1 = \frac{\mu_1 p_1 V_1}{RT};\ m_1' = \frac{\mu_1 p_1 V_1}{nRT}$$ – масса водяного пара в начальном и конечном состоянии соответственно.

Тогда

$$m = m_1 - m'_1 = \frac{\mu_1 p_1 V_1}{RT}\left(1 - \frac{1}{n}\right) = \frac{\mu_1 p_1 V_1}{RT} \cdot \frac{n-1}{n} = 0{,}020 \text{ кг} -$$

масса водяного пара, сконденсировавшегося в воду.

Давление смеси газов равно сумме парциальных давлений компонентов смеси (закон Дальтона): $p = p_1 + p_2$ – давление смеси азота и водяного пара в начальном состоянии (до сжатия).

p_1 = 4200 Па – давление насыщенного водяного пара (по условию).

Запишем для азота уравнение Менделеева-Клапейрона:

$$p_2 V_1 = \frac{m_0 - m_1}{\mu_2} RT,$$ где p_2 – давление азота,

$$m_2 = m_o - m_1 = m_o - \frac{\mu_1 p_1 V_1}{RT} -$$ масса азота.

Отсюда

$$p_2 = \frac{m_0 - m_1}{\mu_2 V_1} RT = \frac{m_o - \frac{\mu_1 p_1 V_1}{RT}}{\mu_2 V_1} RT -$$ парциальное давление азота в начальном состоянии.

$$p = p_1 + p_2 = p_1 + \frac{m_o - \frac{\mu_1 p_1 V_1}{RT}}{\mu_2 V_1} RT =$$

$$= p_1 + \frac{m_o RT}{\mu_2 V_1} - \frac{\mu_1}{\mu_2} p_1 = 27218{,}9\,\text{Па} \approx 27{,}2\,\text{кПа}$$ – давление смеси азота и водяного пара в начальном состоянии.

18. *В цилиндре под поршнем находится воздух, имеющий температуру t^o_1 = 10°С и относительную влажность φ_1 = 60%. Какой станет относительная влажность этого воздуха после нагревания его до температуры t^o_2 = 100°С и уменьшении объёма втрое?*

Решение. Определим парциальное давление p_1 водяного пара при температуре t^o_1 = 10°С:

$$\varphi_1 = \frac{p_1}{p_{н1}} \cdot 100\% \Rightarrow p_1 = \frac{\varphi_1 p_{н1}}{100\%},$$ где $p_{н1}$ = 1,228 кПа – давление насыщенного водяного пара при температуре t^o_1 = 10°С.

Из закона Шарля определим давление p_2 ненасыщенного водяного пара после его изохорического нагревания до температуры $t^o_2 = 100^oC$:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow p_2 = \frac{T_2}{T_1} p_1 = \frac{T_2}{T_1} \cdot \frac{\varphi p_{н1}}{100\%}.$$

После изотермического сжатия в три раза при температуре $t^o_2 =$ $= 100^oC$ давление ненасыщенного водяного пара будет равно

$$p_3 = 3p_2 = 3\frac{T_2}{T_1} \cdot \frac{\varphi p_{н1}}{100\%}.$$

Определим относительную влажность воздуха при температуре $t^o_2 = 100^oC$:

$$\varphi_2 = \frac{p_3}{p_{н2}} \cdot 100\% = 3\frac{T_2}{T_1} \cdot \frac{\varphi_1 p_{н1}}{p_{н2}},$$ где $p_{н2} = 101$ кПа – давление насыщенного водяного пара при температуре $t^o_2 = 100^oC$.

Вычислим результат:

$$\varphi_2 = 3\frac{373К}{283К} \cdot \frac{60\% \cdot 1{,}228кПа}{101кПа} = 2{,}9\%.$$

Если бы сжатие было более сильным и/или начальная температура была более высокой, то относительная влажность воздуха φ_2 приняла бы значение, превышающее 100%. Это значило бы, что часть водяного пара сконденсировалась в воду.