Глава II

Уравнения состояния идеального газа

Контрольные вопросы

1. *Какие параметры газа называются макропараметрами?*

Параметры, не учитывающие молекулярное строение газа (масса, объём, давление, температура).

2. *Какую физическую величину называют давлением?*

Отношение модуля силы, действующей перпендикулярно поверхности, к площади поверхности.

3. *Какова единица измерения давления?*

1 Дж 1 Вт 1 Па 1 Н·м

4. *Какие макропараметры газа включает в себя уравнение состояния газа?*

Давление, объём и температуру.

5. *Какое из приведённых ниже выражений есть уравнение Клапейрона?*

а) $\frac{p}{V} = const$ б) $\frac{V}{p} = const$ в) $pVT = const$ г) $\frac{pV}{T} = const$

6. *Какое из приведённых ниже выражений есть уравнение Менделеева-Клапейрона?*

а) $\frac{pT}{V} = const$ б) $\frac{V}{p} = \frac{\mu}{m}RT$ в) $pV = \frac{m}{\mu}RT$ г) $\frac{pR}{V} = \frac{m}{\mu}T$

7. *Какое давление называют парциальным?*

Давление, которое оказывает каждая компонента смеси газов в отсутствие других компонент.

8. *Сформулируйте закон Дальтона.*

Давление смеси газов равно сумме парциальных давлений каждой компоненты смеси.

Методы решения задач

1. Определить количество вещества, содержащегося в газе, если его давление 100 кПа, температура 300 К, а занимаемый объём 2 л.

Дано: $p = 100$ кПа $= 10^5$ Па; $T = 300$ К; $V = 2$ л $= 2 \cdot 10^{-3}$ м^3

ν – ?

Решение. $pV = \nu RT \Rightarrow \nu = \frac{pV}{RT} = 0{,}08$ моль – количество вещества в газе.

Ответ: $\nu = 0{,}08$ моль.

2. Воздух массой 3 кг при температуре 20°С занимает объём 40 л. Каково давление воздуха?

Дано: m = 3 кг; μ = 0,029 кг/моль; T = 293 К; V = 40 л = $40 \cdot 10^{-3}$ $м^3$

p – ?

Решение. $pV = \frac{m}{\mu} RT \Rightarrow p = \frac{mRT}{\mu V} = 6296974{,}1$ Па

p ≈ $6{,}3 \cdot 10^6$ Па = 6,3 МПа – давление воздуха.

Ответ: p = 6,3 МПа.

3. *В сосуде объёмом 14 л находится смесь газов, состоящая из гелия (He) массой 10 г и неона (Ne) массой 3 г. Какое давление на стенки сосуда оказывает эта смесь газов при температуре 50°С?*

Дано: m_1 = 0,010 кг; μ_1 = 0,004 кг/моль; m_2 = 0,003 кг; μ_2 = 0,020 кг/моль; T = 323 К; V = 14 л = $14 \cdot 10^{-3}$ м^3

p – ?

Решение $p_1 V = \frac{m_1}{\mu_1} RT \Rightarrow p_1 = \frac{m_1 RT}{\mu_1 V}$ – парциальное давление гелия;

$p_2 V = \frac{m_2}{\mu_2} RT \Rightarrow p_2 = \frac{m_2 RT}{\mu_2 V}$ – парциальное давление неона.

Обе компоненты смеси занимают один и тот же объём V; температура обоих газов одинакова, так как смесь находится в состоянии теплового равновесия.

Тогда (в соответствии с законом Дальтона)

$$p = \frac{m_1 RT}{\mu_1 V} + \frac{m_2 RT}{\mu_2 V} = \frac{RT}{V}\left(\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2}\right) = 508067{,}5\,\text{Па} \approx 508\,\text{кПа}$$

p ≈ 508 кПа – давление смеси газов.

Ответ: p ≈ 508 кПа.

4. *Какая масса метана (C_3H_8) содержится в баллоне объёмом 50 л при нормальных условиях?*

Дано: μ = 0,044 кг/моль; p = 101325 Па; T = 273 K; V = 50 л = = $50 \cdot 10^{-3}$ м^3

m – ?

Решение.

$$pV = \frac{m}{\mu}RT \Rightarrow m = \frac{pV\mu}{RT} = 98{,}3 \cdot 10^{-3}\,\text{кг} - \text{масса метана.}$$

Ответ: m = 98,3 г.

5. *Сравнить давления, производимые на стенки двух одинаковых сосудов кислородом (O_2) и азотом (N_2), при условии, что масса и температура газов одинаковы.*

Дано: $V_1 = V_2 = V$; $m_1 = m_2 = m$; $T_1 = T_2 = T$; $\mu_1 = 0{,}032$ кг/моль; $\mu_2 = 0{,}028$ кг/моль

p_1/p_2 – ?

Решение.

$$p_1V_1 = \frac{m_1}{\mu_1}RT_1 \Rightarrow p_1 = \frac{m_1RT_1}{\mu_1V_1} = \frac{mRT}{\mu_1V} - \text{давление кислорода}$$

$$p_2V_2 = \frac{m_2}{\mu_2}RT_2 \Rightarrow p_2 = \frac{m_2RT_2}{\mu_2V_2} = \frac{mRT}{\mu_2V} - \text{давление азота}$$

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{\frac{mRT}{\mu_1V}}{\frac{mRT}{\mu_2V}} = \frac{\mu_2}{\mu_1} = 0{,}875 = \frac{1}{1{,}14}$$

Ответ: давление кислорода в 1,14 раза меньше.

6. *В баллоне находится газ при температуре 70°С. Как изменится давление газа в баллоне, если 56% его выпустить, а температуру оставшегося в баллоне газа повысить на 14°С?*

Дано: $T = 343$ К; $\Delta m = 0{,}56\ m$; $\Delta T = 14$ К

p_1/p_2 – ?

Решение. Пусть m – первоначальная масса газа в сосуде. Тогда $\Delta m = 0{,}56\ m$ – масса выпущенного из баллона газа, $m - \Delta m = 0{,}44\ m$ – масса оставшегося в баллоне газа.

Запишем уравнения Менделеева-Клапейрона для начального и конечного состояния газа в баллоне и определим отношение начального p_1 и конечного p_2 давлений газа:

$$\begin{cases} p_1 V = \dfrac{m}{\mu} RT \\ p_2 V = \dfrac{m - \Delta m}{\mu} R(T + \Delta T) \end{cases} \Rightarrow \quad \begin{cases} p_1 = \dfrac{m}{\mu} \cdot \dfrac{RT}{V} \\ p_2 = \dfrac{m - \Delta m}{\mu} \cdot \dfrac{R(T + \Delta T)}{V} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{\dfrac{m}{\mu} \cdot \dfrac{RT}{V}}{\dfrac{m - \Delta m}{\mu} \cdot \dfrac{R(T + \Delta T)}{V}} = \frac{m}{m - \Delta m} \cdot \frac{T}{T - \Delta T} = \frac{m \cdot 343\,K}{0{,}44m \cdot 357\,K} = 2{,}2.$$

Ответ: давление газа уменьшится в 2,2 раза.

7. *Два разных газа с молярными массами μ_1 и μ_2 находятся при одинаковом давлении и температуре. Во сколько раз отличаются их плотности?*

Дано: μ_1; μ_2; $p_1 = p_2 = p$; $T_1 = T_2 = T$

ρ_1/ρ_2 – ?

Решение. Запишем для состояния газа при температуре T и давлении p уравнение Менделеева-Клапейрона и получим из него выражение для плотности газа.

$$pV = \frac{m}{\mu}RT \Rightarrow p = \frac{m}{V}\cdot\frac{RT}{\mu} = \rho\frac{RT}{\mu} -$$ давление

газа при температуре T ($\rho = m/V$ – плотность газа).

Отсюда $\rho = \frac{p\mu}{RT} -$ плотность газа.

Плотность разных газов при одинаковых условиях (давлении и температуре) определяется только молярной массой μ.

$\rho_1 = \frac{p\mu_1}{RT} -$ плотность газа с молярной массой μ_1;

$\rho_2 = \frac{p\mu_2}{RT} -$ плотность газа с молярной массой μ_2.

Тогда

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{\frac{p\mu_1}{RT}}{\frac{p\mu_2}{RT}} = \frac{\mu_1}{\mu_2} -$$ отношение плотности газов.

Ответ: $\rho_1/\rho_2 = \mu_1/\mu_2$.

8. *Плотность воздуха при нормальных условиях составляет 1,29 кг/м^3. Какова молярная масса воздуха?*

Дано: ρ = 1,29 кг/м^3; p = 101325 Па; T = 273 К

μ – ?

Решение. Воспользуемся уравнением Менделеева-Клапейрона и получим из него выражение для молярной массы μ воздуха:

$$pV = \frac{m}{\mu}RT \Rightarrow \mu = \frac{m}{V}\cdot\frac{RT}{p} = \rho\cdot\frac{RT}{p} = 0{,}02888\frac{\text{кг}}{\text{моль}} \approx 0{,}029\frac{\text{кг}}{\text{моль}} -$$

– молярная масса воздуха.

Ответ: $\mu \approx$ 0,029 кг/моль.

9. *Баллон заполнен природным газом (CH_4) при давлении 50 атм. и температуре 20°С. Какова плотность газа при этих условиях?*

Дано: Т = 293 К; р = 50 атм. = $50 \cdot 10^5$ Па; μ = 0,016 кг/моль

ρ – ?

Решение. Воспользуемся результатами решения задачи 7:

$$\rho = \frac{p\mu}{RT}$$ –плотность газа.

Вычислим результат:

$$\rho = \frac{50 \cdot 10^5 \text{Па} \cdot 0{,}016 \text{кг/моль}}{8{,}31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 293 \text{К}} = 32{,}9 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

Ответ: ρ = 32,9 кг/м^3.

10. *Смешали 10 г неона (Ne) и 15 г аргона (Ar). Какова плотность смеси при температуре 25°С и давлении 2 атм?*

Дано: m_1 = 0,010 кг; μ_1 = 0,020 кг/моль; m_2 = 0,015 кг; μ_2 = 0,040 кг/моль; T = 298 К; p = 2 атм. = $2 \cdot 10^5$ Па

ρ – ?

Решение. Воспользуемся результатами решения задачи 3:

$$p = \frac{m_1 RT}{\mu_1 V} + \frac{m_2 RT}{\mu_2 V} = \frac{RT}{V}\left(\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2}\right)$$ – давление смеси газов.

Для смеси газов справедливо уравнение Менделеева-Клапейрона:

$$pV = \frac{m}{\mu^*} RT = \frac{m_1 + m_2}{\mu^*} RT,$$ где μ^* – молярная масса смеси газов, $m = m_1 + m_2$ – масса смеси.

Отсюда

$$p = \frac{m_1 + m_2}{\mu^* V} RT = \frac{m_1 + m_2}{\mu^*} \cdot \frac{RT}{V} -$$ давление смеси газов.

Приравняем два выражения для давления смеси газов и получим выражение для молярной массы смеси газов:

$$\frac{RT}{V}\left(\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2}\right) = \frac{m_1 + m_2}{\mu^*} \cdot \frac{RT}{V}; \quad \frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2} = \frac{m_1 + m_2}{\mu^*} \Rightarrow$$

$$\mu^* = \frac{m_1 + m_2}{\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2}} = \frac{(m_1 + m_2)\mu_1\mu_2}{m_1\mu_2 + m_2\mu_1}$$ – молярная масса смеси газов.

Тогда $p = \frac{m_1 + m_2}{\mu^* V} RT = \frac{m_1 + m_2}{V} \cdot \frac{RT}{\mu^*} = \rho \frac{RT}{\mu^*}$, где ρ – плотность смеси газов.

Отсюда

$$\rho = \frac{p\mu^*}{RT} = \frac{p}{RT} \cdot \frac{(m_1 + m_2)\mu_1\mu_2}{m_1\mu_2 + m_2\mu_1} = 28{,}6 \cdot 10^{-3}\ \frac{кг}{м^3} - \text{плотность}$$

смеси газов.

Ответ: ρ = 28,6 г/м$^{3.}$

11. *Воздух находится в баллоне объёмом 50 л при атмосферном давлении и температуре 20°С. Сколько (по массе) воздуха нужно выпустить из баллона, чтобы при повышении температуры до 60°С его давление осталось неизменным?*

Дано: V = 50 л = 50·10^{-3} м^3; T_1 = 293 К; T_2 = 333 К; p = 10^5 Па; μ = = 0,029 кг/моль

|Δm| – ?

Решение. Запишем для двух состояний воздуха в баллоне уравнение Менделеева-Клапейрона:

$$pV = \frac{m_1}{\mu} RT_1; pV = \frac{m_2}{\mu} RT_2.$$

Отсюда $m_1 = \frac{pV\mu}{RT_1}$ – масса воздуха в баллоне при температуре T_1;

$m_2 = \frac{pV\mu}{RT_2}$ – масса воздуха в баллоне при температуре T_2

$|\Delta m| = m_1 - m_2 = \frac{pV\mu}{RT_1} - \frac{pV\mu}{RT_2} = \frac{pV\mu}{R}\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right) =$

$= \frac{pV\mu(T_2 - T_1)}{RT_1T_2} = 0{,}007$ кг = 7 г – изменение массы воздуха в баллоне.

Ответ: $|\Delta m| = 7$ г.

12. *Шар объёмом $V = 1000$ м^3 наполнен горячим воздухом при температуре $t^o_1 = 80^oC$. Давление воздуха внутри шара и снаружи одинаково и равно атмосферному. Масса оболочки шара $m = 100$ кг. Какова максимальная масса Δm груза, который сможет поднять этот шар? Температура наружного воздуха $t^o_2 = 20^oC$.*

Дано: $V = 1000$ м^3; $T_1 = 353$ К; $T_2 = 293$ К; $p = 10^5$ Па; $\mu = 0{,}029$ кг/моль; $m = 100$ кг

Δm – ?

Решение. Пусть m_1 – масса горячего воздуха внутри шара, m_2 – масса наружного воздуха в объёме шара.

На шар с грузом действуют две противоположно направленные силы:

$(m + m_1 + \Delta m)\vec{g}$ – сила тяжести (направлена вертикально вни

$\vec{F}_A$ – архимедова сила (направлена вертикально вверх).

Определим, используя уравнение Менделеева-Клапейрона, массу m_2 наружного воздуха в объёме шара и массу m_1 воздуха внутри шара:

$$pV = \frac{m_1}{\mu} RT_1 \Rightarrow m_1 = \frac{pV\mu}{RT_1}; \quad pV = \frac{m_2}{\mu} RT_2 \Rightarrow m_2 = \frac{pV\mu}{RT_2}.$$

Архимедова (выталкивающая) сила равна весу наружного воздуха в объёме шара:

$$F_A = m_2 g = \frac{pV\mu g}{RT_2}.$$

Шар начнёт подниматься при условии, что сила Архимеда будет удовлетворять неравенству:

$$F_A \geq (m + m_1 + \Delta m)g.$$

Раскроем это выражение подробней:

$$\frac{pV\mu g}{RT_2} \geq \left(m + \frac{pV\mu g}{RT_1} + \Delta m \right) g.$$

Отсюда

$$\frac{pV\mu}{RT_2} \geq m + \frac{pV\mu}{RT_1} + \Delta m; \Delta m \leq \frac{pV\mu}{RT_2} - \frac{pV\mu}{RT_1} - m = \frac{pV\mu}{R}\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right) - m.$$

$\Delta m = \frac{pV\mu}{R}\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right) - m -$ максимальная масса груза, который сможет поднять этот шар.

Вычислим результат:

$$\Delta m = \frac{10^5\,\text{Па} \cdot 10^3\,\text{м}^3 \cdot 29 \cdot 10^{-3}\,\text{кг/моль}}{8{,}31\,\frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}}\left(\frac{1}{293\text{К}} - \frac{1}{353\text{К}}\right) - 100\,\text{кг} = 102{,}4\text{кг}$$

Ответ: масса груза не должна превышать 102,4 кг.

13. *Газ при температуре 20°С и давлении 250 кПа занимает объём 2,5 л. Какой объём займёт этот газ при нормальных условиях?*

Дано: T_1 = 293 К; T_2 = 273 К; p_1 = 250 кПа = $2{,}5\cdot10^5$ Па; p_2 = =10^5 Па; V_1 = $2{,}5\cdot10^{-3}$ м^3

V_2 – ?

Решение. В случае, если в процессе изменения состояния его масса остаётся неизменной, можно использовать уравнение Клапейрона: $\frac{p_1V_1}{T_1}=\frac{p_2V_2}{T_2}$.

Отсюда $V_2=\frac{p_1V_1T_2}{p_2T_1}$ – объём газа при нормальных условиях.

Вычислим результат:

$$V_2=\frac{2{,}5\cdot10^5\,\text{Па}\cdot2{,}5\cdot10^{-3}\,\text{м}^3\cdot273\text{К}}{10^5\,\text{Па}\cdot293\text{К}}=5{,}8\cdot10^{-3}\,\text{м}^3=5{,}8\,\text{л}$$ – объём газа при 0°С.

Ответ: 5,8 л.

14. *При изменении температуры газа от $t^o_1 = 20^oC$ до $t^o_2 = 120^oC$ его объём изменился от 2 л до 6 л. Каким стало давление газа? Первоначальное давление газа $p_1 = 1,5\cdot10^5$ Па.*

Дано: $T_1 = 293$ К; $T_2 = 393$ К; $V_1 = 2\cdot10^{-3}$ м^3; $V_2 = 6\cdot10^{-3}$ м^3; $p_1 = 1,5\cdot10^5$ Па

p_2 – ?

Решение. Воспользуемся уравнением Клапейрона:

$$\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}.$$

Отсюда $p_2 = \frac{p_1V_1T_2}{V_2T_1}$ – давление газа в конечном состоянии.

Вычислим результат:

$$p_2 = \frac{1,5\cdot10^5\,\text{Па}\cdot2\cdot10^{-3}\,\text{м}^3\,393\text{К}}{6\cdot10^{-3}\,\text{м}^3\cdot293\text{К}} = 67064,8\,\text{Па} \approx 67\,\text{кПа}.$$

Ответ: ≈ 67 кПа.

15. *Пропан (C_3H_8) протекает по газопроводу при давлении 2 атм. и температуре 293 К. При этом через поперечное сечение трубы площадью 150 см^2 за 10 мин проходит 15 кг газа. С какой скоростью пропан протекает по трубе?*

Дано: μ = 0,044 кг/моль; T = 293 К; p = 2,5 ·10^5 Па; S = 150·10^{-4} м^2; t = 600 с; m = 15 кг

v – ?

Решение. V = Sℓ – объём цилиндра, образованного прошедшим по трубе газом (S – площадь основания цилиндра (площадь поперечного сечения трубы), ℓ – длина образующей цилиндра).

ℓ = vt – длина образующей цилиндра (v – скорость движения газа, t – время его протекания).

Тогда V = Svt; $\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{Svt} = \frac{p\mu}{RT}$ – плотность газа в трубе (см. реш. зад. 7).

Отсюда $v = \frac{mRT}{pt\mu S}$ – скорость движения пропана по газопроводу.

Вычислим результат:

$$v = \frac{15\text{кг} \cdot 8{,}31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 293\text{К}}{2{,}5 \cdot 10^5\,\text{Па} \cdot 600\,\text{с} \cdot 0{,}044 \frac{\text{кг}}{\text{моль}} \cdot 150 \cdot 10^{-4}\,\text{м}^2} = 0{,}37 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Ответ: v = 0,37 м/с.

16. *При температуре $t^o_1 = 20^oC$ и давлении p_1 газ занимает некоторый объём V_1. Как нужно изменить температуру газа, чтобы при уменьшении его объёма в 2 раза давление возросло в 6 раз?*

Дано: $T_1 = 293$ К; $V_2 = V_1/2$; $p_2 = 6p_1$

T_2 – ?

Решение. Воспользуемся уравнением Клапейрона:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}.$$

Отсюда

$$T_2 = \frac{V_2}{V_1} \cdot \frac{p_2}{p_1} T_1 = \frac{1}{2} \cdot 6T_1 = 3T_1$$ – конечная температура газа.

Вычислим результат:

T_2 = 3·293 К = 879 К; t_2^o = 606°С.

Ответ: газ нужно нагреть до температуры 606°С.

17. *Температура газа увеличилась на 40%, а его давление увеличилось на 15%. Как изменился объём газа?*

Дано: $T_2 = 1{,}4T_1$; $p_2 = 1{,}15p_1$

V_2/V_1 – ?

Решение. Воспользуемся уравнением Клапейрона: $\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}$

Отсюда $\frac{V_2}{V_1} = \frac{p_1}{p_2} \cdot \frac{T_2}{T_1}$ – изменение объёма газа.

Вычислим результат: $\frac{V_2}{V_1} = \frac{p_1}{1{,}15p_1} \cdot \frac{1{,}4T_1}{T_1} = 1{,}2.$

Ответ: объём газа увеличился в 1,2 раза.

18. *Каким было первоначальное давление газа, если при уменьшении объёма газа в три раза и увеличении температуры на 35% его давление возросло на 1,2 МПа?*

Дано: $T_2 = 1{,}35T_1$; $\Delta p = 1{,}2\cdot10^6$ Па; $V_2 = V_1/3$

p_1 – ?

Решение. Воспользуемся уравнением Клапейрона: $\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}$.

Отсюда

$$\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{(p_1+\Delta p)V_2}{T_2};\ \frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{(p_1+\Delta p)V_1}{3\cdot1{,}35T_1};\ p_1 = \frac{p_1+\Delta p}{3\cdot1{,}35} \Rightarrow 4{,}05p_1 = p_1 + \Delta p$$

$3{,}05\ p_1 = \Delta p$; $p_1 = \Delta p/3{,}05 = 1{,}2\cdot10^6$ Па$/3{,}05 = 393442{,}6$ Па ≈
≈ 393,4 кПа – первоначальное давление газа.

Ответ: $p_1 \approx 393{,}4$ кПа.

19. *Вследствие того, что в барометрическую трубку попал воздух при температуре 253 К и давлении 770 мм рт. ст., барометр показывает давление 765 мм рт. ст. Какое давление покажет барометр при нормальных условиях? Длина трубки 1 м, тепловое расширение ртути не учитывать.*

Дано: T_1 = 253 К; p_{o1} = 770 мм рт. ст.; h_1 = 765 мм рт. ст.; p_{o2} = = 760 мм рт. ст.; T_2 = 273 К; L = 1 м

h_2 – ?

Решение. В начальном состоянии давление p_{o1} атмосферного воздуха у основания барометрической трубки уравновешивает давление $p_1 = h_1$ столба ртути высотой h_1 и давление p'_1 воздуха, оставшегося в трубке: $p_{o1} = p_1 + p'_1$.

Отсюда

$p'_1 = p_{o1} - h_1$ – давление воздуха в трубке при температуре T_1 = = 253 К.

$V_1 = S(L - h_1)$ – объём воздуха в трубке при температуре T_1 = = 253 К (S – площадь поперечного сечения трубки).

В конечном состоянии давление p_{o2} атмосферного воздуха у основания барометрической трубки уравновешивает давление $p_2 = h_2$ столба ртути высотой h_2 и давление p'_2 воздуха, оставшегося в трубке: $p_{o2} = p_2 + p'_2$.

Отсюда

$p'_2 = p_{o2} - h_2$ – давление воздуха в трубке при температуре $T_2 = 273$ К.

$V_2 = S(L - h_2)$ – объём воздуха в трубке при температуре $T_2 = 273$ К.

Запишем для двух состояний воздуха в трубке уравнение Клапейрона:

$$\frac{p'_1 V_1}{T_1} = \frac{p'_2 V_2}{T_2}; \quad \frac{(p_{o1} - h_1)S(L - h_1)}{T_1} = \frac{(p_{o2} - h_2)S(L - h_2)}{T_2}$$

Тогда

$$\frac{(770 - 765)(1000 - 765)}{253} = \frac{(760 - h_2)(1000 - h_2)}{273}; \quad \frac{5 \cdot 235}{253} = \frac{(760 - h_2)(1000 - h_2)}{273}$$

$$\frac{5 \cdot 235 \cdot 273}{253} = (760 - h_2)(1000 - h_2) = 760000 - 760h_2 - 1000h_2 + h_2^2$$

Окончательно получим: $h_2^2 - 1760h_2 + 758732{,}1 = 0$

Решим квадратное относительно h_2 уравнение:

$$h_2 = \frac{1760}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{1760}{2}\right)^2 - 758732{,}1} = 880 \pm 125{,}2.$$

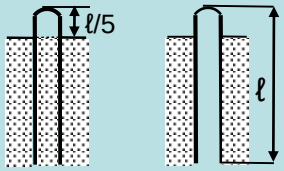
Условию задачи удовлетворяет только один корень:

h_2 = 754,8 мм.

Второе значение h_2 = 1005,2 мм отбрасываем, так как в этом случае $h_2 > L$.

Ответ: h_2 = 754,8 мм.

20. *Запаянная с одного конца трубка длиной ℓ опущена в воду так, что над поверхностью выступает 1/5 её длины и уровень воды в трубке совпадает с уровнем её в сосуде. До какой температуры T_2 нужно нагреть воздух в трубке, чтобы из неё вышла вся вода? Атмосферное давление p_o. Начальная температура T_1. Изменением уровня воды в сосуде пренебречь.*



Дано: $\underline{\ell;\ \ell_1 = \ell/5;\ T_1;\ p_o;\ \rho}$

T_2 – ?

Решение. $p_1 = p_o$ – давление воздуха внутри трубки в начальном состоянии. Под водой всё время находится 4/5 длины трубки. Пусть S – площадь поперечного сечения трубки.

После нагрева давление воздуха внутри трубки равно сумме двух давлений: атмосферного давления p_o и гидростатического давления столба воды высотой 4ℓ/5. В этом случае справедливо равенство: $p_2 = p_o + \rho g 4\ell/5$, где ρ – плотность воды.

Запишем для двух состояний воздуха в трубке уравнение Клапейрона и получим выражение для температуры T_2:

$$\frac{p_o S \frac{1}{5}\ell}{T_1} = \frac{\left(p_o + \rho g \frac{4}{5}\ell\right) S\ell}{T_2}; \quad \frac{p_o}{T_1} = \frac{5p_o + \rho g 4\ell}{T_2}; \quad T_2 = \frac{5p_o + 4\rho g\ell}{p_o} T_1.$$

Ответ: $T_2 = \frac{5p_o + 4\rho g\ell}{p_o} T_1$